

Arne Gravanæs / Ingeborg Ranøyen

Geometri

Udskoling 7.-10. klasse



Mikro Værkstedet





Foto, tegninger og
grafisk formgivning:
Foto på næstsiste side:
Tegninger:
Tryk:

Kjetil Strand
Marietta Dahn
Johnny Ramstad
Mikro Værkstedet A/S

Indhold

Forord.....	3
Indledning.....	4
Forhindringsløb.....	6
Areal og omkreds...	7
Firkanter.....	8
Hvor er centrum?...	9
Cirkelns areal.....	10
Blind geometri.....	11
Det gyldne rektangel	12
Symmetri i trafikken	13
Geometri med pinde	14
Tessellationer.....	15
Figurer i rummet....	16
Geometri med snebolde	17
Pythagoras.....	18
Hvor høj er flagstangen?	20

Forord

Matematik Naturligvis er en anden måde at tænke matematikundervisning på. Et praktisk undervisningsmateriale, der tager den daglige undervisning udenfor klasselokalet.

Matematik - Naturligvis er for hele grundskolen. Det er udematematik og praktisk matematik fra 0.klasse til 10. klasse.

Matematik Naturligvis bruger en anden vej frem til forståelsen af de matematiske begreber. Konceptet er en revideret udgave af Matematikksekken (2002) fra forlaget Didaktiv i Norge. I efteråret 2011 købte Mikro Værkstedet rettighederne til produktet.

Vi ønsker at takke de lærere og kolleger, der har hjulpet os med at oversætte materialet fra norsk til dansk.

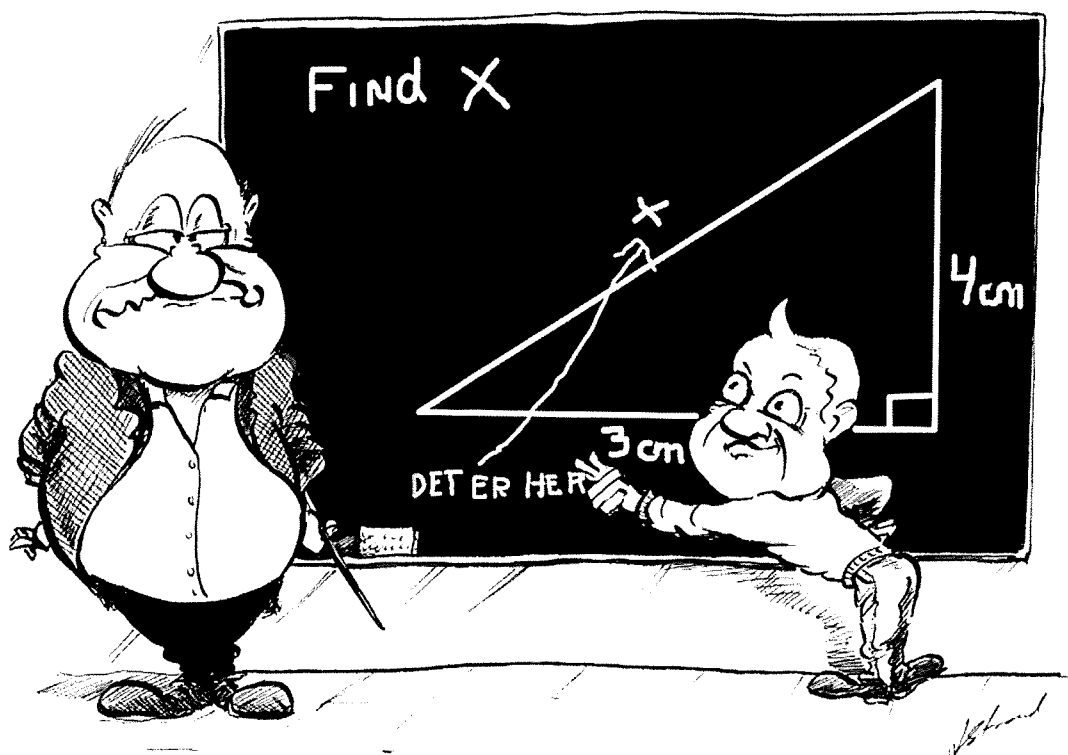
I har været en uvurderlig hjælp - uden jer ville vi ikke være nået i mål. En stor tak til Lene Christensen, Formand for Danmarks Matematiklærerforening, der har kvalitetssikret materialet, så det passer til den danske matematikundervisning og Fælles mål 2009.

Tak til de gode folk, der undervejs har vist begejstring for konceptet; jeres engagement har været en stor inspirationskilde.

Vi håber, at eleverne nu kan få andre billeder på det matematiske sprog.

God fornøjelse med undervisningen udenfor klasselokalet.

Odense 2012



Indledning

'Matematik Naturligvis' er udviklet til både begyndertrin, mellemtrin og afsluttende trin. Ud over de beskrevne aktiviteter består materialet også af en kasse med diverse udstyr til opgaverne og en rygsæk til at bringe udstyret med ud i naturen. Vær opmærksom på, at ikke alle materialer til aktiviteterne er en del af udstyrskassen.

Materialet til 7.-10. klasse er opdelt i følgende fire områder: Tal og algebra, Geometri, Målinger, Statistik og sandsynlighedsregning og Funktioner. Materialet opfylder mange af områderne i Fælles Mål 2009.

'Matematik Naturligvis' kan ikke erstatte lærebogen og andre undervisningsmaterialer, men det er et rigtigt godt udgangspunkt for at arbejde med matematikken udenfor i nærmiljøet.

I materialet findes aktiviteter for både hjerne og krop. Fysisk aktivitet styrker læringen, og kan de to ting gå hånd i hånd, er det bare perfekt.

Det er vigtigt, at eleverne er bevidste om, at fokus skal være på matematikken, når de arbejder ude i matematiktimerne. Udover de undersøgelser, der skal foretages i det fri, er arbejdet med efterbehandlingen også utrolig vigtig. Mange af aktiviteterne, for ikke at sige langt de fleste, kræver, at eleverne arbejder sammen i grupper. Det betyder, at eleverne samtidig kommunikerer matematik indbyrdes, og herved styrkes kommunikationskompetencen.

Ved at arbejde med 'Matematik Naturligvis' vil eleverne både tilegne sig matematiske kompetencer og få øjnene op for, at matematikken findes lige omkring dem, og at det faktisk er en del af deres dagligdag. Samtidig med det tilgodeses forskellige læringsstile. Når eleverne selv er en aktiv del af undervisningen, er der håb om, at de både lærer og husker bedre.

Vær opmærksom på, at nogle af de aktiviteter, der er beskrevet på afsluttende trin, også findes på mellemtrinnet. Men på afsluttende trin skal der stilles større krav til det faglige i aktiviteterne. Desuden kan der være sat fokus på andre kompetencer. Spørg eleverne, om de tidligere har arbejdet med aktiviteten - og er det tilfældet, så tag udgangspunkt i det.

At lave en aktivitet to gange med års mellem kan være en god ide - eleverne kan så med deres større faglige viden få mere ud af aktiviteten.

Som lærer i udskolingen bør man også orientere sig i aktiviteterne på mellemtrinnet, da flere af de emner, der er beskrevet her, også kan bruges på afsluttende trin til differentiering.

Kompetencerne

Efter hver aktivitet er beskrevet en eller to kompetencer, der kan komme i spil ved arbejdet. Flere andre kompetencer bliver også udviklet ved aktiviteten, men det er ikke altid godt at have fokus

på mange kompetencer på en gang. Læreren kan sagtens vælge at arbejde med en af hæftets mange gode aktiviteter med fokus på andre kompetencer.

Fagligt fokus

Ved hver aktivitet er der ligeledes nævnt, hvor det vil være naturligt at have det faglige fokus. Som ved kompetencerne kan læreren vælge et eller flere andre fokusområder.

Matematiske kompetencer efter 9. klassetrin fra Fælles Mål 2009

Tankegangskompetence

Undervisningen skal lede frem mod, at eleverne har tilegnet sig kundskaber og færdigheder, der sætter dem i stand til at stille spørgsmål, som er karakteristiske for matematik og have blik for hvilke typer af svar, som kan forventes.

Problembehandlingskompetence

Undervisningen skal lede frem mod, at eleverne har tilegnet sig kundskaber og færdigheder, der sætter dem i stand til at erkende, formulere, afgrænse og løse matematiske problemer og vurdere løsningerne.

Modelleringskompetence

Undervisningen skal lede frem mod, at eleverne har tilegnet sig kundskaber og færdigheder, der sætter dem i stand til at udføre matematisk modellering og afkode, tolke, analysere og vurdere matematiske modeller.

Ræsonnementskompetence

Undervisningen skal lede frem mod, at eleverne har tilegnet sig kundskaber og færdigheder, der sætter dem i stand til at udtænke og gennemføre egne ræsonnementer til begrundelse af matematiske påstande og følge og vurdere andres matematiske ræsonnementer.

Repræsentationskompetence

Undervisningen skal lede frem mod, at eleverne har tilegnet sig kundskaber og færdigheder, der sætter dem i stand til at danne, forstå og anvende forskellige repræsentationer af matematiske objekter, begreber, situationer eller problemer.

Symbolbehandlingskompetence

Undervisningen skal lede frem mod, at eleverne har tilegnet sig kundskaber og færdigheder, der sætter

dem i stand til at forstå og afkode symbolsprog og formler og oversætte mellem dagligsprog og matematisk symbolsprog.

Kommunikationskompetence

Undervisningen skal lede frem mod, at eleverne har tilegnet sig kundskaber og færdigheder, der sætter dem i stand til at udtrykke sig om matematiske spørgsmål og aktiviteter på forskellige måder, indgå i dialog og fortolke andres matematiske kommunikation.

Hjælpemiddelkompetence

Undervisningen skal lede frem mod, at eleverne har tilegnet sig kundskaber og færdigheder, der sætter dem i stand til at kende, vælge og anvende hjælpemidler i arbejdet med matematik, herunder it, og have indblik i deres muligheder og begrænsninger.

Praktiske råd

Gennemse hele materialet for at få et overblik over de mange forskellige muligheder, der er beskrevet. Det er ikke muligt, og heller ikke meningen, at alle skal lave samtlige aktiviteter. Vælg de aktiviteter ud, som er relevante i forhold til det faglige område, der arbejdes med i den pågældende periode. Man kan med fordel vælge at arbejde med en hel årgang eller eventuelt på tværs af klassetrin. Det vil betyde, at der er flere lærere til rådighed ved de forskellige aktiviteter. Eleverne kan enten løse opgaverne på det niveau, som deres klassetrin passer til, eller der kan laves grupper på tværs af årgangene, hvilket tilgodeser undervisningsdifferentiering.

I mange af aktiviteterne står der, at der skal tegnes med kridt på asfalt. Har man ikke adgang til et område med asfalt, kan aktiviteten sagtens laves ved, at man tegner med en pind på jorden.

Da flere af aktiviteterne skal foregå i en skov, og ikke alle skoler har lige nem adgang til en skov, kan disse aktiviteter gennemføres, hvis klassen i anden forbindelse skal en tur i skoven.

Det vil være oplagt at lave en eller flere af disse aktiviteter i forbindelse med en hyttetur eller en lejrskole.

Da flere af aktiviteterne også er målrettet mod natur/teknik og idræt er det oplagt at lave et samarbejde med lærerne i de to fag.

Det kan anbefales, at der tages fotos af arbejderne. Lad eleverne gemme dem i deres mappe på en pc. Herved bliver arbejdet dokumenteret, og eleverne træner deres it-kompetencer.

Tag rygsækken på, og 'bær' matematikundervisningen ud af klasselokalet.

Held og lykke med brug af materialet, der forhåbentlig vil give læreren og eleverne en anderledes og spændende undervisning!

Forhindringsløb

Fagligt fokus:
GEOMETRI, drejninger.

Materialer:
Kegler, bind til at have for øjnene.

Område:
Hvor som helst.

Årstid:
Hele året.

Forberedelse:
Intet.

Gennemførelse:

1. øvelse:

Læreren giver følgende instruktion: "Drej 180 grader mod uret, drej 90 grader med uret, drej 270 grader"

2. øvelse:

Eleverne skal arbejde sammen parvis. Den ene skal have bind for øjnene, og den andre skal give ordrer. Ordrene kan bestå enten af drejninger eller af antal skridt og drejninger. Herefter byttes der roller. Parrene skal øve sig til konkurrencen.

Konkurrence:

Eleverne arbejder igen sammen i par. Den ene får bind for øjnene, og den anden skal lave en bane med kegler. Træer, sten osv. kan også indgå i banen. Den elev, der skal lede sin makker gennem banen, skal selv først gå den igennem.

Konkurrencen kan gennemføres som en cup. Der laves fire baner, så der kan være fire par i gang på samme tid. Pointtildelingen er en kombination af, hvem der kommer først i mål, og minuspoint for hver forhindring, der berøres. Det par med flest point går videre til næste runde. Sådant fortsættes der, til der er fundet et vinderpar. Konkurrencen kan også afvikles efter andre regler.

En anden måde at arbejde med aktiviteten på er, at læreren har skrevet 10-15 instruktioner på et stykke papir, fx gå 3 skridt frem, drej 90 grader mod uret, gå fire skridt, drej 45 grader med uret ... Den, der skal lede sin makker gennem banen, skal sætte kegler, der passer til instruktionerne. Partneren, der skal gå gennem banen, får nu bind for øjnene. Instruktionerne læses op nøjagtigt, som de står på papiret.

Efterfølgende kan klassen diskutere, hvor vigtigt det er, at man er præcis i beskrivelserne, og hvilken betydning det har, at ikke alle skridtlængder er lige lange. Lad eleverne komme med ideer til, hvordan retninger og drejninger kan beskrives matematisk.

Lad også eleverne lave en bane, som de skal lede deres lærer igennem. Denne aktivitet vil sikkert motivere eleverne til at lave en spændende bane.



Kommunikationskompetence: Eleverne skal kunne forstå de givne ordrer og selv være i stand til at skrive ordrene, så andre kan forstå dem.

Areal og omkreds

Fagligt fokus:

GEOMETRI,
undersøgelse af areal
af geometriske figurer
med samme omkreds.

Materialer:

Tov, kridt, skrivetavler,
blyanter, millimeterpapir
og eventuelt regneark.

Område:

Fladt og lidt åbent
område.

Årstid:

Forår/sommer/efterår.

Forberedelse:

Intet.

Gennemførelse:

Eleverne skal arbejde sammen i grupper på mindst 5. De skal være mindst 5 for at kunne tjekke vinklerne ved måling af diagonalerne. Hver gruppe skal have et 8 meter langt tov til arbejdet.

Opgave 1:

Lav et kvadrat af tovet og beregn dets areal og omkreds. Hele tovet skal bruges, og det er ikke tilladt at bruge måleredskaber.

Hvis nogle grupper ikke kan komme i gang, kan læreren give dem et hint om, at de kan folde tovet for at finde forskellige længder. Spørg eleverne, hvordan de kan være sikre på, at alle vinklerne er rette. Måske ved de, at diagonalerne i et kvadrat skal være lige lange, men da de ikke må måle, kan det være svært at afgøre. En anden metode kan være at finde et sted med en ret vinkel, og bruge det i arbejdet. Lad også eleverne finde ud af, hvor mange vinkler, man behøver at afsætte i et kvadrat, for at vide at alle fire vinkler er rette.

Opgave 2:

Med tovet skal grupperne lave et rektangel, som ikke er et kvadrat. Også her skal hele tovet bruges. Måleredskaber er heller ikke tilladt her. Eleverne skal nu finde areal og omkreds af rektanglet.

Opgave 3:

Eleverne skal eksperimentere med at finde arealet af den største og den mindste geometriske figur, der kan laves med en omkreds på 8 meter. Deres resultater skal de skrive på skrivetavlen.

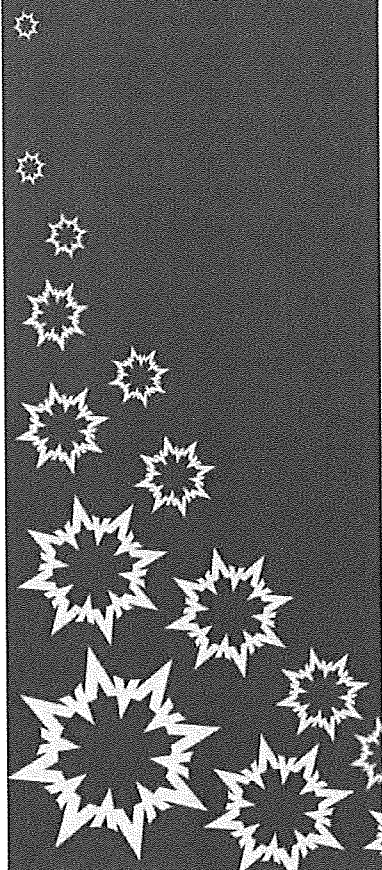
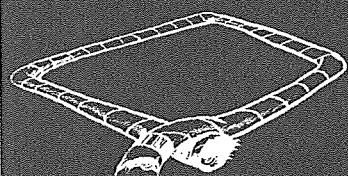
Efterarbejde:

Når grupperne har arbejdet med aktiviteterne, laves en fælles opsamling i klassen, hvor de fortæller, hvad de har fundet ud af. Lad også eleverne beregne arealet af en cirkel med en omkreds på 8 meter.

Lad eleverne lave en undersøgelse om sammenhængen mellem sidelængderne i rektangler med omkredsen 8 meter og føre deres resultater ind i et koordinatsystem på millimeterpapir. Længden afsættes ud af x-aksen og bredden op af y-aksen. Herefter kan eleverne lave forskellige aflæsninger og beregne de tilhørende arealer. Det kan også anbefales at indføre tallene i et regneark og tegne et diagram. Bed eleverne om at finde en formel for sammenhæng mellem sidelængderne i rektangler med samme omkreds

Ræsonnementskompetence: Eleverne skal begrunde, hvorfor arealet ændrer sig, når der ændres på længden og bredden i rektangler med samme omkreds.

Modelleringskompetence: Kommer i spil, når eleverne skal finde en formel for sammenhæng mellem sidelængderne i rektangler med samme omkreds.



Firkanter

Fagligt fokus:

GEOMETRI, forskellige firkanters egenskaber, kongruens, spejling.

Materialer:

Målebånd, tomrestokke, skrivetavler, blyanter og kridt.

Område:

Skolegården eller et andet sted med asfalt.

Årstid:

Hele året.

Forberedelse:

Intet.

Gennemførelse:

Eleverne skal arbejde sammen i grupper på 4.

Opgave 1:

Alle i gruppen skal uden måleredskaber tegne et kvadrat, som de tror er $40 \cdot 40$ cm, på asfalten. Kvadraterne skal tegnes ved siden af hinanden. Herefter kontrollerer de med måleredskaber og finder ud af, hvem der kom nærmest.

Opgave 2:

Nu stiller eleverne sig ved deres kvadrat, og alle skal stå på samme side af kvadraterne. De skal nu på skift tegne det, som læreren giver ordre til. Mens eleven tegner, skal de andre i gruppen se på og efterfølgende kommentere løsningen.

Forslag til instruktion:

Elev 1: Tegn en diagonal, der udgår fra øverste venstre hjørne.

Elev 2: Del kvadratet med en lodret linje, der deler kvadratet i to lige store dele.

Elev 3: Del kvadratet med en vandret linje, der deler kvadratet i to lige store dele.

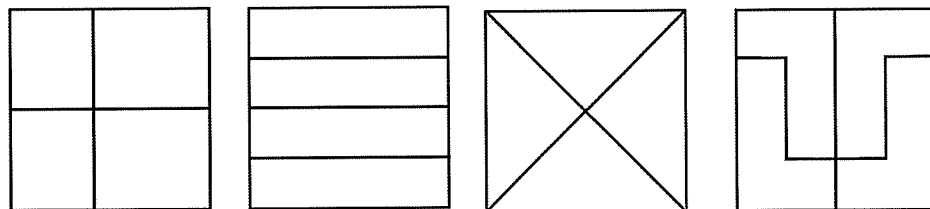
Elev 4: Tegn en lodret linje, der er parallel med højre side i kvadratet i en afstand på 20 cm. Brug linjen som spejlingsakse og tegn et spejlbillede af figuren.

Læreren kan tilpasse opgaverne til de enkelte elever.

Opgave 3:

Eleverne skal fortsat arbejde i grupper. Opgaven går ud på at dele et kvadrat i fire kongruente dele og finde så mange løsninger som muligt. Der tegnes et nyt kvadrat for hver løsning.

Eksempler på løsninger:



Opgave 4:

Gruppen skal nu tegne følgende figurer:

1: Et rektangel som er $1 \text{ m} \cdot 2 \text{ m}$.

2: Et parallelogram på $1 \text{ m} \cdot 2 \text{ m}$.

3: En rombe med sidelængden 1 m.

4: Et trapez med en højde på 0,5 m, og hvor de parallelle sider er henholdsvis 1 m og 1,5 m.

Lad eleverne bruge måleredskaber til arbejdet.

Efterarbejde:

Efterfølgende sammenligner grupperne deres løsninger fra opgave 3. Hvor mange forskellige løsninger har klassen i alt fundet.

Tankegangskompetence: Kommer i spil, når eleverne skal dele et kvadrat i fire kongruente dele.

Hjælpemiddelkompetence: Eleverne skal vælge hensigtsmæssige måleredskaber i opgave 4.

Hvor er centrum?

Fagligt fokus:

GEOMETRI,
bestemmelse af en
cirkels centrum.

Materialer:

Tov, kridt, målebånd,
tommestokke og kegler.

Område:

Skolegården eller et
andet sted med asfalt.

Årstid:

Forår/sommer/efterår.

Forberedelse:

Intet.

Gennemførelse

Eleverne arbejder sammen i grupper på 3-4.

Del 1:

Hver gruppe får et tov på 8 meter og en kegle. Med keglen som centrum og en del af tovet som radius, tegnes der tre cirkler med forskellig radius. Det er vigtigt, at centrum i cirklerne IKKE bliver afmærket.

Del 2:

Nu bytter grupperne cirkler og skal finde og afmærke centrum i cirklerne. Efterfølgende fortæller hver enkelt gruppe, hvordan de har tænkt og fundet løsningen.

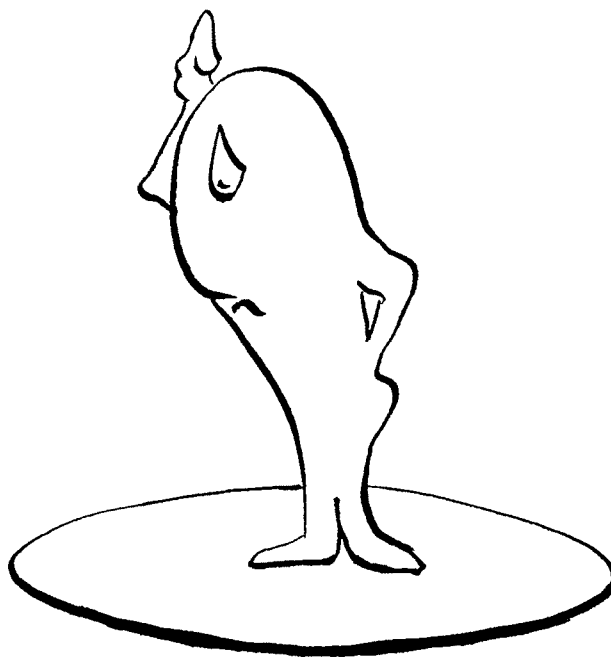
Herefter fortæller læreren følgende, som eleverne skal efterprøve i en af cirklerne:

"Tegn to korder. Find kordernes midtpunkter, og tegn en normal i disse. Hvor normalerne krydser hinanden er cirkelns centrum."

Lad eleverne komme med en forklaring på, hvorfor det gælder. Tal også med eleverne om, hvor man i praktiske sammenhænge kan få brug for denne metode.

Efterarbejde:

Lav den samme opgave på papir ved hjælp af tegneredskaber. Her vil eleverne kunne se centrum, og de skal da efterprøve, om metoden er holdbar.



Problembehandlingskompetence: Eleverne skal finde ud af, hvordan de kan finde centrum i en cirkel uden først at få oplyst en metode.

Cirklens areal

Fagligt fokus:

GEOMETRI,
undersøgelse af hvorfor
cirklens areal er πr^2 .

Materialer:

Tov, målebånd,
tommestokke,
kridt, skrivetavler,
kvadratmeteren i plast
og lommeregner.

Område:

I skolegården eller et
andet sted med asfalt.

Årstid:

Hele året.

Forberedelse:

Intet.

Gennemførelse:

Elever arbejder parvis sammen om aktiviteterne.

Aktivitet 1:

Hvert par skal bruge et tov, der er 1 meter langt samt et stykke kridt. Med kridt skal de tegne en cirkel med en radius på 0,5 meter. Lad eleverne selv finde ud af, hvordan de vil løse opgaven.

Herefter skal de måle, hvor mange gange tovet kan være på cirkelperiferien. Lad dem sætte et mærke for hver meter.

Herefter samles klassen og fortæller, hvad de har fundet ud af. Eleverne vil nu erfare, at tovet kan være der lidt mere end tre gange. Hvis eleverne ikke er bekendt med tallet π , introduceres det for dem.

Aktivitet 2:

Hvert par skal nu tegne et kvadrat udenom cirklen, med en sidelængde på cirkelns diameter. Kvadratet deles i fire kongruente kvadrater.

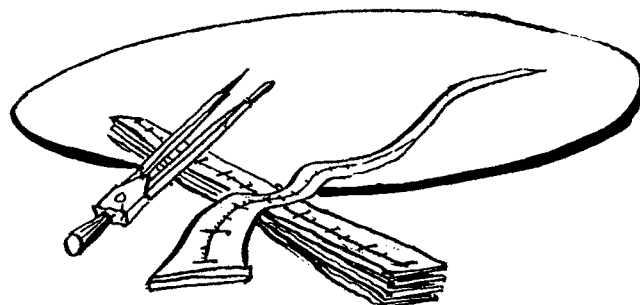
Herefter skal eleverne finde arealet af det store kvadrat, af et af de små kvadrater og af cirklen. Til dette arbejde må de anvende de måleredskaber, de ønsker.

Klassen samles, og der samtales om, hvordan parrene har tænkt og ræsonneret. Spørg eleverne, hvor mange af de små kvadrater der er plads til inden i cirklen. Måske er der nogen, der gætter 3,14 (π).

Efterarbejde:

Brug kvadratmeteren i plast til at finde ud af, hvor stort arealet er af det område, der er inde i kvadratet, men udenfor cirklen. Herefter sammenlignes arealet af kvadratet og cirklen.

Lav samme opgave i klassen med papir og blyant.



Tankegangskompetence: Kommer i spil, når eleverne skal se sammenhængen mellem arealet af kvadratet og cirklen.

Hjælpemiddelkompetence: Eleverne skal vælge hensigtsmæssige hjælpemidler i aktivitet 2.

Blind geometri

Fagligt fokus:

GEOMETRI,
plangeometriske
figurers navne og
egenskaber.

Materialer:

Tov på 8 meter og
eventuelt bind til at
have for øjnene.

Område:

Åbent og fladt område.

Årstid:

Hele året.

Forberedelse:

Intet.

Gennemførelse:

Klassen deles i grupper med 4-5 elever i hver gruppe. Til aktiviteten skal grupperne bruge et tov på 8 meter. Lad to grupper arbejde ved siden af hinanden, så den ene gruppe kan observere, hvad den anden gruppe laver. Eleverne skal arbejde enten med lukkede øjne eller med bind for øjnene.

Grupperne arbejder på skift som observatører og med opgaverne. Gruppen, der observerer, må gerne give gode råd. Læreren giver gruppen en opgave, eleverne løser den og lægger deres løsning på jorden.

Forslag til opgaver:

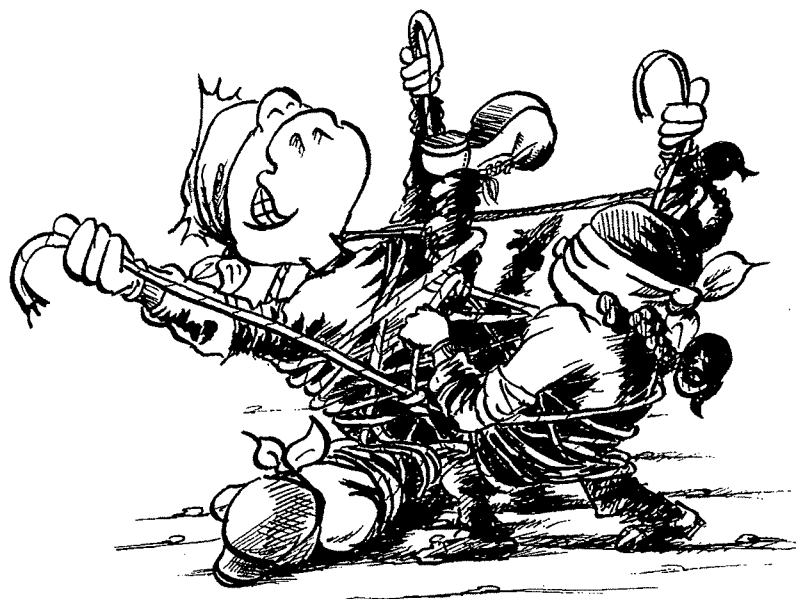
- Lav et kvadrat med hele tovet som omkreds.
- Lav et parallelogram med sidelængderne 1 meter og 3 meter.
- Lav en retvinklet trekant med hele tovet.
- Lav en ligesidet trekant med tovet.
- Lav en ligebeinet trekant med tovet.
- Lav et trapez med tovet.
- Lav to trekanter, som spejler sig i en fælles grundlinje. (OBS!: Denne opgave er vanskelig og kræver, at eleverne tidligere har arbejdet på denne måde, og at de er gode til at samarbejde).

Opgaverne og vanskelighedsgraden kan varieres næsten i det uendelige.

Efter hver opgave vurderes resultatet, og gruppen beskriver figuren og dens egenskaber.

Grupperne kan også lave opgaver til hinanden, men gør eleverne opmærksom på, at det er vigtigt, at de giver instruktioner, som er entydige.

Aktiviteten kan også laves uden bind for øjnene.



Problemløsningskompetence: Eleverne skal løse det stillede problem og efterfølgende vurdere deres løsninger.

Kommunikationskompetence: Eleverne er nødt til at kommunikere og anvende korrekt matematisk sprog for at kunne løse opgaven.

Det gyldne rektangel

Fagligt fokus:

GEOMETRI,
undersøgelse af
rektangler, det gyldne
rektangel.

Materialer:

Målebånd,
tommestokke,
skrivetavler,
lommeregner og
eventuelt et kamera.

Område:

I nærområdet.

Årstid:

Forår/sommer/efterår.

Forberedelse:

Intet.

Gennemførelse:

Eleverne skal arbejde sammen parvis eller i mindre grupper. De skal finde rektangler, som ikke er kvadrater, i nærområdet, tegne skitser og måle deres længde og bredde. Eleverne kan også tage et billede af rektanglerne.

Tips til undersøgelsen:

Døre, vinduer, bygninger (kirker), udsmykninger osv.

Efterfølgende skal de beregne forholdet mellem længden og bredden af de enkelte rektangler. Eleverne skal nu give rektanglerne 'karakterer'. Hvilke de synes er pæne, og hvilke der er mindre pæne. Eleverne skal begrunde deres valg. Er der en sammenhæng mellem forholdet mellem længde og bredde og de rektangler, som I synes er pæne?

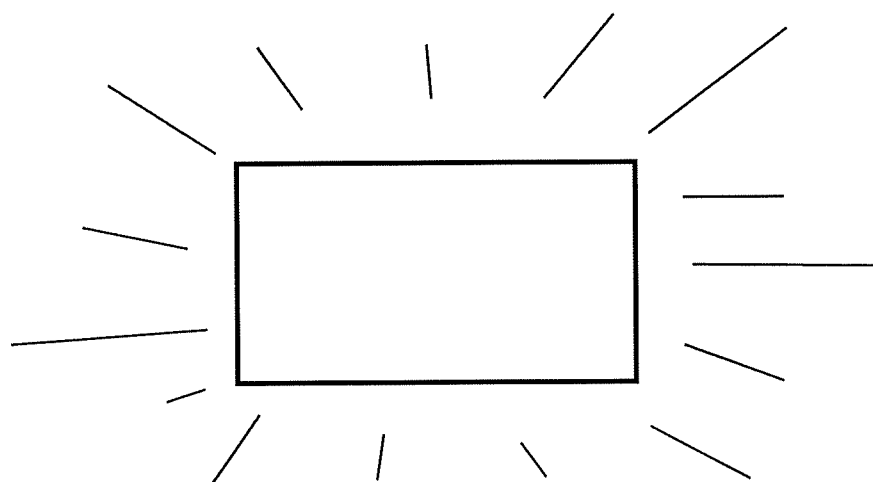
Efterarbejde:

Lav eventuelt et samarbejde med lærerne i dansk (billedanalyse) og kristendom (religiøse symboler).

Eleverne kan også undersøge:

Spillekort, kontokort, tændstikæsker, billedrammer, kroppens proportioner, motiver i billedkunst, talmønstre i fyrrekoglen, Fibonaccis talrække (Se aktiviteten 'Fibonacci i naturen' i 'Tal og algebra' på mellemtrinnet).

Det gyldne rektangel beskrives ved forholdet mellem længden og bredden af rektanglet. Rektangler, hvor den korte side udgør ca. 62 % af den lange side eller hvor den længste side er ca. 62 % længere end den korteste side, kaldes et gyldent rektangel. Fjerner man det største kvadrat fra et gyldent rektangel, vil det tilbageværende rektangel ligeledes være et gyldent rektangel. Mange mener, at det gyldne rektangel er blevet brugt for at få ting og billeder til at se pænere og mere harmoniske ud. Allerede i Antikkens Grækenland brugte man det gyldne snit, det findes fx i Zeus-tempelets facade i Olympia og i Parthenon. (Kilde: C.W. Eckersberg).



Problemløsningskompetence: Eleverne skal løse det stillede problem og efterfølgende vurdere deres løsninger.

Symmetri i trafikken

Fagligt fokus:

GEOMETRI,
konstruktion i
målestoksforhold,
symmetri, drejning.

Materialer:

Målebånd,
tommestokke,
skrivetavler, blyanter og
eventuelt et kamera.

Område:

I nærområdet.

Årstid:

Forår/sommer/efterår.

Forberedelse:

Intet.

Gennemførelse:

Individuelt arbejde.

Opgave 1:

Se på parkerede bilers hjulkapsler. Vælg to, som du synes bedst om, og tegn skitser af dem. Find hjulkapslens diameter. Tag eventuelt et billede af kapslerne. NB! Du må ikke røre ved de biler, som du undersøger. De kan have installeret alarmer.

Opgave 2:

Konstruer en af hjulkapslerne i målestoksforholdet 1:2.

Opgave 3:

Vælg et trafikskilt, tegn en skitse og skriv mål på. Tag eventuelt et billede af skiltet. Tegn skiltet i målestoksforholdet 1:2.

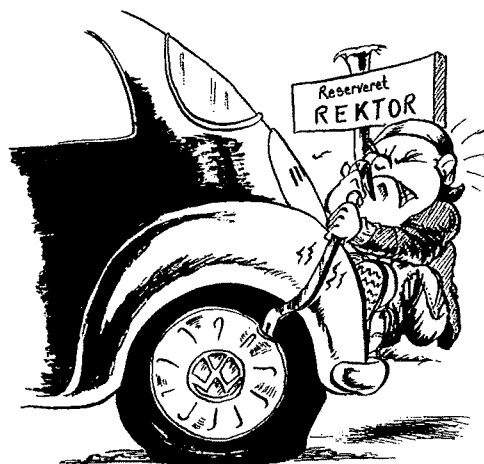
Opgave 4:

Find andre ting i trafikken, som indeholder symmetri. Lav skitser af tingene.

Efterarbejde:

Nu skal eleverne arbejde sammen parvis. Eleverne må ikke se hinandens tegninger. Den ene skal beskrive 'sin' hjulkapsel for den anden, som så skal tegne den efter beskrivelsen. Herefter byttes roller. Bed eleverne om at anvende matematisk sprog i beskrivelsen. Efterfølgende samtaler parrene om resultatet. Var det let/svært at tegne? Eleverne skal begrunde deres svar.

Find symmetriakser, drejninger og lignende i de tegnede hjulkapsler. Eleverne kan også analysere symboler og logoer på lignende måde. Det kan anbefales, at eleverne også tegner nogle af disse i et geometritegneprogram, fx GeoGebra.



Repræsentationskompetence: Eleverne skal anvende målestoksforhold til gengivelse af virkeligheden.

Kommunikationskompetence: Kommer i spil, når eleverne skal give og modtage ordre til tegningerne.

Hjælpe middelkompetence: Hvis eleverne skal anvende et geometritegneprogram til arbejdet.

Geometri med pinde

Fagligt fokus:

GEOMETRI, arbejde med forskellige geometriske figurer og beskrivelser heraf.

Materialer:

Skrivetavler, blyanter, kvadratmeteren i plast, lommeregner og pinde eller kviste.

Område:

I nærområdet.

Årstid:

Forår/sommer/efterår.

Forberedelse:

Intet.

Gennemførelse:

Eleverne arbejder individuelt. Først skal eleverne finde pinde eller tynde grene. Seks stykker som er lige lange, og som er mindst 30 cm lange.

Opgaver til eleverne:

Læg pindene, så de danner en heksagon (sekskant).

Herefter skal eleverne undersøge, hvor mange af følgende figurer de kan lave med de seks pinde, og de skal tegne skitser af dem på skrive tavlen. Alle pindene skal bruges til figurerne.

- Et kvadrat.
- Et rektangel.
- En rombe.
- Et parallelogram.
- En ligesidet trekant.
- To ligesidede trekanter.
- Tre ligesidede trekanter.
- En pentagon (femkant).
- En rombe og en trekant.
- Et kvadrat og en ligesidet trekant.

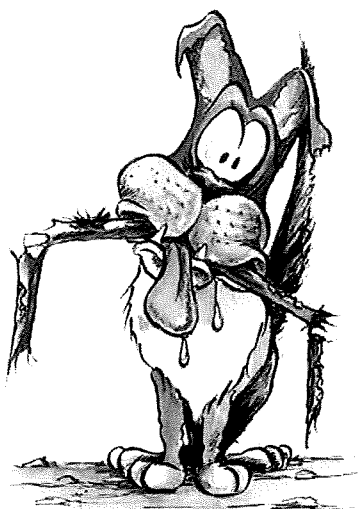
Lad eleverne selv lave lignende opgaver til hinanden.

Nu skal eleverne finde arealet af de figurer, de kunne lave med de seks pinde, og liste dem, så figuren med det mindste areal kommer til at stå først. Hvilken figur har det største areal, og hvilke egenskaber har den figur?

Efterarbejde:

Hvilke geometriske figurer og sammensatte figurer kan man lave med otte pinde? Kan I finde et mønster?

Efterfølgende samtales der i klassen om resultaterne.



Problemløsningskompetence: Kommer i spil, når eleverne skal finde antal kombinationsmuligheder med de otte pinde.

Tessellationer

Et fladedækkende mønster.

Fagligt fokus:

GEOMETRI, arbejde med forskellige plangeometriske figurer, tessellationer, spejling, drejning og parallelforskydning.

Materialer:

Målebånd, tommestokke, kridt, skrivetavler og blyanter.

Område:

Skolegården eller et andet område med asfalt.

Årstid:

Forår/sommer/efterår.

Forberedelse:

Intet.

Gennemførelse:

Inddel eleverne i grupper på 3-4.

Opgave 1:

Undersøg, hvordan belægningen i skolegården skulle se ud, hvis den skulle bestå af forskellige firkantede eller trekantede fliser, som er forskudt eller spejlet. Vælg mellem rektangler, kvadrater, parallellogrammer, romber eller trekanter. I må ikke bruge mere end to forskellige figurer.

Er der specielle hensyn, man skal tage højde for? Er der nogen former, der er mere hensigtsmæssige at bruge end andre? Begrund jeres svar.

Tegn jeres forslag på asfalten.

Efterfølgende præsenterer grupperne deres forslag for hinanden og begrund deres valg af mønster.

Opgave 2:

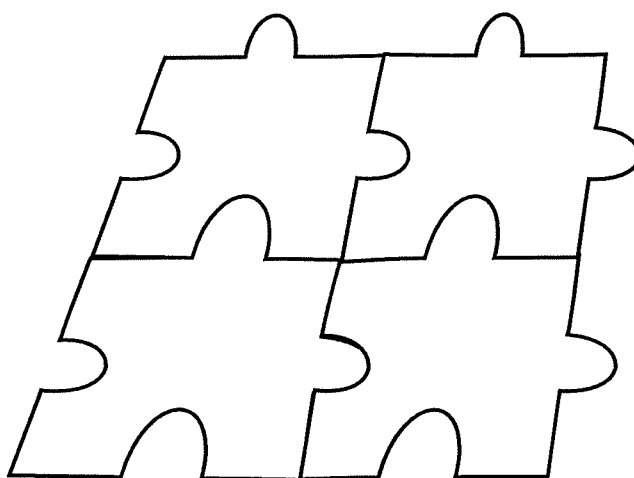
Inddel skolegården i felter, så hver gruppe får deres eget område. Nu skal de forestille sig, at de skal lægge fliser. De kan tage udgangspunkt i deres eget forslag til mønster.

Hvor mange fliser af hver slags skal der bestilles? Lav først de nødvendige målinger. Husk at skrive jeres mellemregning ned.

Efterarbejde:

Gennemgå princippet for drejning og parallelforskydning ved udvikling af et puslespil. Det enkleste er at tage udgangspunkt i et kvadrat og lave brikker som vist på illustrationen. Her består brikkerne af rette linjer og cirkler.

Lad eleverne lave brikker af farvet papir og lave et fladedækkende mønster eller et puslespil af deres brikker.



Problemløsningskompetence: Eleverne skal selv finde en metode til at lave det fladedækkende mønster.

Figurer i rummet

Fagligt fokus:

GEOMETRI, rummelige figurer, rumfang, geometrisk tegning.

Materialer:

Skrivetavler og blyanter.

Område:

Et velegnet sted.

Årstid:

Forår/sommer/efterår.

Forberedelse:

Eleverne skal have kendskab til navne og egenskaber ved rummelige figurer.

Gennemførelse:

Arbejdet med denne aktivitet kan være medvirkende til, at eleverne får øjnene op for matematikken i deres omgivelser. Eleverne skal studere bygninger med forskellige rumlige former. De kan også vælge tredimensionale kunstværker. De skal tegne skitser af objekterne og de rummelige figurer, de er sammensat af.

Læreren kan sætte rammer for opgaven:

Læreren kan fx:

- udpege et område, som bygningen/kunstværket skal ligge indenfor.
- udpege en bygning alle skal arbejde med.
- fastlægge, hvor mange forskellige rummelige figurer, der skal være i den bygning/det kunstværk, eleverne vælger.

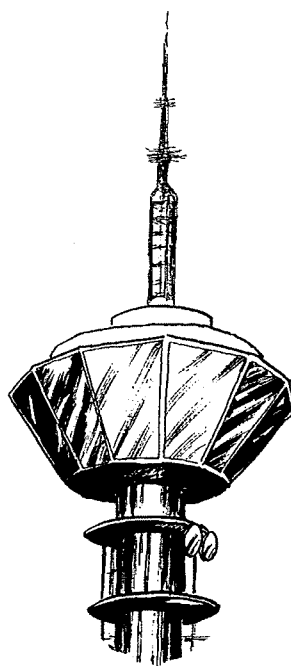
Efterarbejde:

Skitserne kan danne baggrund for at lave geometriske tegninger eller bygge en model af bygningen i et selvvalgt målestoksforhold. Det vil også være oplagt at lade eleverne tegne dele af eller hele bygningen i et geometritegneprogram.

Eleverne kan også undersøge bygningens rumfang i forhold til overflade. Hvilken rolle spiller det i forbindelse med valg af form på et hus?

Fx:

- Hvilken form er den mest hensigtsmæssige set i forhold til opvarmning af bygningen?
- Hvilken betydning har bygningsformen for forbrug af materialer?
- Hvilke bygningsformer er lettest at inddele i kvadratiske eller rektangulære rum?
- Har formen nogen betydning for lysindfaldet i huset?



Modelleringskompetence: Eleverne skal gengive træk fra virkeligheden, når de skal tegne bygningerne.

Ræsonnementskompetence: Kommer i spil, når eleverne skal begrunde valg af geometriske 'husformer'.

Geometri med snebolde

Fagligt fokus:

GEOMETRI,
rumgeometriske figurer,
rumfang, overflade.

Materialer:

Tommestokke,
målebånd og
lommeregner.

Område:

Hvor som helst.

Årstid:

Vinter med en del sne.

Forberedelse:

Eleverne skal have
kendskab til cylinder og
prismer med forskellige
grundflader.

Gennemførelse:

Eleverne skal arbejde sammen i grupper på 3. De skal starte med at lave mindst 100 snebolde. Sneboldene skal så vidt muligt have den samme størrelse. Målet med aktiviteten er, at eleverne skal erfare, hvor mange snebolde der skal bruges til at bygge de forskellige rummelige figurer.

Hver gruppe skal ved hjælp af snebolde bygge følgende kompakte figurer:

- En kube med sidelængden 30 cm.
- En cylinder med en højde på 30 cm, og hvor diameteren i grundfladen er 30 cm.
- Et prisme med højden 30 cm og med en ligebenet trekant som grundflade, hvor grundlinjen og højden begge er 30 cm.

Der kan selvfølgelig anvendes andre mål, men det er vigtigt, at målene er ens, så eleverne kan sammenligne rumfanget af de tre figurer.

Når grupperne er færdige med deres bygninger, skal de tælle, hvor mange snebolde de har brugt til hver figur, samt tælle hvor mange snebolde der er på ydersiden af figurerne.

Tal med eleverne undervejs om rumfang og overflade. Denne aktivitet giver et godt udgangspunkt for det videre arbejde med disse begreber. Efterfølgende skal eleverne måle figurerne og beregne rumfang og overflade. Hvis de ikke kan huske formlerne, kan de slå dem op i deres formelsamling.

Efterarbejde:

Tal med eleverne om forskellen på den krumme overflade og den samlede overflade.

En variation er, at eleverne skal bygge forskellige cylindre, der består af netop 30 snebolde. Denne aktivitet synliggør, at rummelige figurer, der har samme rumfang, kan se forskellige ud.

Ved denne aktivitet har eleverne fået en visuel forståelse for, at rumfanget af et prisme/en cylinder kan beregnes ved hjælp af formlen: $V = h \cdot G$.

Det vil også være naturligt at komme ind på omsætninger mellem rumfang målt i dm^3 og i liter.



Symbolbehandlingskompetence: Når eleverne skal beregne rumfang og overflade ved hjælp af formler.

Pythagoras

Fagligt fokus:

GEOMETRI,
undersøgelse af
egenskaber ved den
retvinklede trekant,
praktisk 'bevis' for
Den pythagoræiske
læresætning.

Materialer:

Målebånd,
tommestokke, kridt,
skrivetavler, blyanter,
kvadratmeteren i
plast, lommeregner
og tov med knuder
eller markeringer med
tape eller tre pinde
med længder på
henholdsvis 3, 4 og 5
dm.

Område:

I skolegården eller et
andet sted med asfalt.

Årstid:

Forår/sommer/efterår.

Forberedelse:

Intet.

Gennemførelse 1:

På jagt efter Den pythagoræiske læresætning.

Eleverne får følgende udfordring:

Undersøg, om der findes en sammenhæng mellem arealet af kvadraterne til siderne i en retvinklet trekant?

Lad eleverne arbejde sammen i grupper på 2-3.

Opgave 1:

Alle grupperne skal først tegne en vinkel på præcis 90° . Sidelængderne må eleverne selv bestemme, men trekanten skal være forholdsvis stor.

Opgave 2:

Tegn tre kvadrater, hvor den ene side i kvadratet er siden i den retvinklede trekant. Hvis eleverne ikke er bekendt med begreberne kateter og hypotenusen, bør de introduceres herfor.

Opgave 3:

Mål længden af siderne i kvadraterne og beregn arealet. Brug eventuelt kvadratmeteren i plast til at kontrollere resultatet. Noter resultaterne på skrivetavlen.

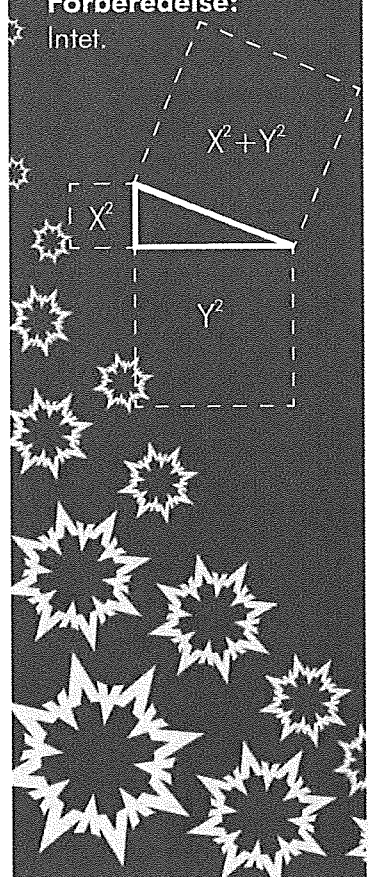
Efterarbejde:

Lad grupperne gå sammen to og to og sammenligne deres resultater og undersøge, om de har fundet en sammenhæng. Tal med gruppen om, hvorvidt de kan generalisere ud fra deres resultater.

Efterfølgende laves en fælles afrunding for hele klassen, hvor der sættes ord på den pythagoræiske læresætning og formlen $a^2 + b^2 = c^2$ introduceres.

Baggrundsstof:

Pythagoras, født 569 f. Kr. Han grundlagde en skole, hvor både mænd og kvinder var lige accepterede. Da Pythagoras døde, førte hans kone Teano og to døtre skolen videre. Pythagoræerne var optaget af, at matematisk forståelse var en nødvendighed for at kunne forstå filosofi, og at matematikken var knyttet til musik, dans, sang og andre kunstformer. Pythagoras' lære spredte sig både til Grækenland og Ægypten. I dag forbinder vi først og fremmest navnet Pythagoras med Pythagoras' læresætning, som han beskrev i år 530 f. Kr. Sætningen var dog allerede kendt af babylonierne og endnu tidligere i Kina, hvor den blev bevis for den specielle retvinklede trekant med sidelængderne 3, 4 og 5.



Gennemførelse 2:

Undersøg, om følgende påstand passer:

Når forholdet mellem siderne i en trekant er som 3:4:5, vil trekanten være retvinklet.

Lad eleverne arbejde sammen i grupper på 2-3. Hver gruppe får udleveret et tov og afmærker lige store afstande, enten med knuder eller med farvet tape. Der skal være mindst 12 enheder. Aktiviteten kan også løses ved hjælp af tre pinde med længder på henholdsvis 3, 4 og 5 dm.

Efterarbejde:

Herefter får eleverne en ny udfordring: Undersøg, om der findes retvinklede trekanter, hvor forholdet mellem siderne er som 3:4:5, men hvor sidelængderne ikke er hele tal.

Lav undersøgelsen ved hjælp af et langt tov. Lad gruppen selv vælge enhed, men gør dem opmærksomme på, at enheden ikke må være ret lang. Enhederne mærkes enten med knuder eller med tape. Gruppen skal notere deres resultater på skrive tavlen. Efterfølgende fremlægger grupperne deres resultater for hele klassen.

Måske har eleverne andre forslag til undersøgelser. En kombination af hele og halve enheder kan være en mulighed.

Efterfølgende samtaler om, at målene også bruges i praktiske sammenhænge. Fx i byggebranchen, når man skal kontrollere, om der er en ret vinkel mellem gulv og væg.

Bruger man pinde eller tændstikker til arbejdet, er det lettere at se, at også sidelængderne 6, 8 og 10 og 4,5, 6 og 7,5 vil danne en retvinklet trekant.

Lad eleverne kontrollere deres resultater ved brug af Pythagoras' læresætning.

Giv eleverne problemløsningsopgaver, hvor de skal anvende Den pythagoræiske læresætning.

Ræsonnementskompetence: Eleverne skal lave undersøgelser, der giver mulighed for at ræsonnere sig frem til et simpelt bevis for Pythagoras' læresætning.

Hvor høj er flagstangen?

Fagligt fokus:

GEOMETRI,
ligedannethed,
trigonometri.

Materialer:

Målebånd,
tommestokke,
skrivetavler, blyanter,
lommeregner og en
pind på ca. en meter.

Område:

En flagstang, hvor det
er muligt at måle dens
skygge.

Årstid:

Når som helst, men
solen skal skinne.

Forberedelse:

Eleverne skal være
bekendt med
ligedannethed og enkel
trigonometri.

Gennemførelse:

Eleverne får som udfordring at finde ud af, hvor høj flagstangen er. Lad dem først gætte og skrive deres gæt ned. Lad grupperne diskutere, hvilken fremgangsmåde de vil anvende. Hvis en gruppe ikke kan komme videre, kan de hente hjælp hos en af de andre grupper. Denne opgave giver god mulighed for differentiering.

Forslag til fremgangsmåde:

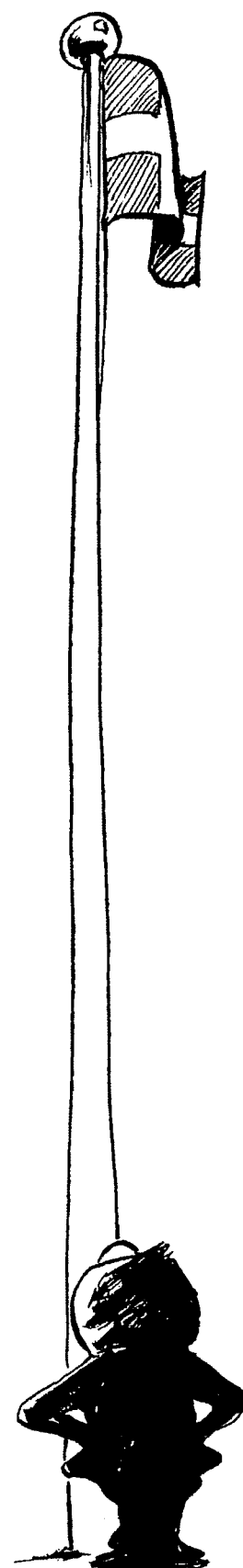
Placer en pind på en meter lodret over jorden, og mål dens skygge. Pinden skal placeres i nærheden af flagstangen. Mål herefter flagstangens skygge. Noter alle mål. Herefter skal eleverne beregne højden af flagstanden ved hjælp af reglerne for ligedannede trekanter.

Efterarbejde:

Samme fremgangsmåde kan bruges til at finde højden på andre objekter. Lad eleverne finde et velegnet objekt og lave samme undersøgelse. Tal med eleverne om, hvorvidt fremgangsmåden har nogen praktisk anvendelse.

Eleverne kan få til opgave at tjekke, om fremgangsmåden er holdbar. Det kan de gøre ved at tage pinde i forskellige længder, måle deres skygger og undersøge, om forholdet mellem længderne af pindene og deres skygger er den samme.

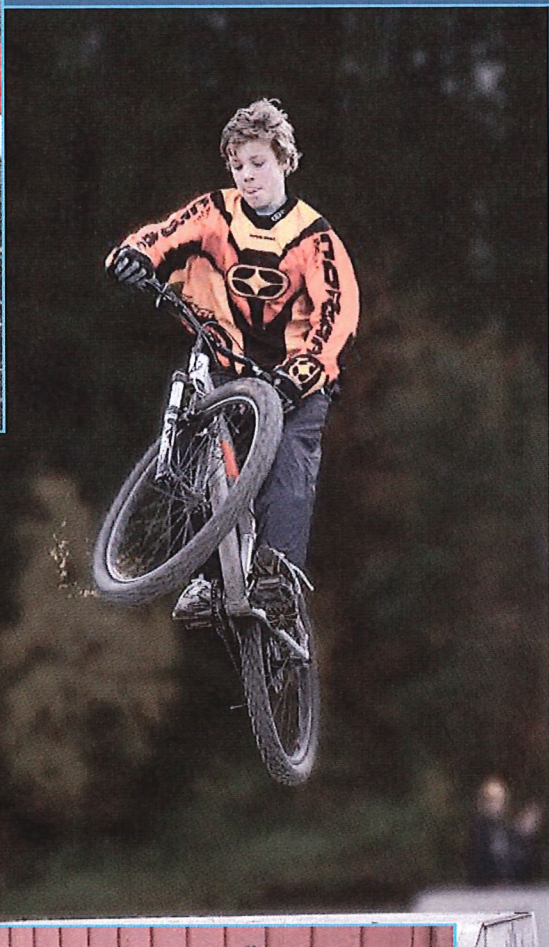
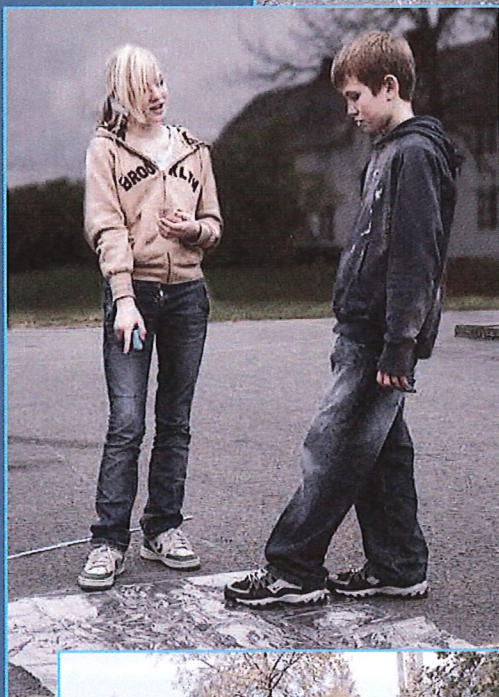
Eleverne kan også bruge trigonometri til at finde objekters højde. De kan finde hjælp hertil i deres formelsamling.



Problemløsningskompetence: Kommer i spil, når eleverne skal løse problemet med at finde flagstangens højde.

Ræsonnementskompetence: Når eleverne skal begrunde, hvorfor forholdet mellem et objekts højde og skygge kan anvendes i praksis.





Mikro Værkstedet

