

Arne Gravanoes / Ingeborg Ranøyen

Statistik

Udskoling 7. - 10. klasse



Mikro Værkstedet





Foto, tegninger og
grafisk formgivning:
Foto på næstsiste side:
Tegninger:
Tryk:

Kjetil Strand
Marietta Dahn
Johnny Ramstad
Mikro Værkstedet A/S

Indhold

Forord.....	3
Indledning.....	4
Statistik.....	6
Omegnen i tal og diagrammer....	7
Ung i trafikken.....	8
Forekomst af blomster	10
Elever i bevægelse.	11
Sandsynligheden er?	12
Boldspil.....	13
Sandsynlighedsmagi?	14
Antal veje i labyrinten	15
Gå en Eulertur.....	16
Mastermind i naturen	18
Store tals lov.....	20

Forord

Matematik Naturligvis er en anden måde at tænke matematikundervisning på. Et praktisk undervisningsmateriale, der tager den daglige undervisning udenfor klasselokalet.

Matematik - Naturligvis er for hele grundskolen. Det er udematematik og praktisk matematik fra 0.klasse til 10. klasse.

Matematik Naturligvis bruger en anden vej frem til forståelsen af de matematiske begreber. Konceptet er en revideret udgave af Matematikksekken (2002) fra forlaget Didaktiv i Norge. I efteråret 2011 købte Mikro Værkstedet rettighederne til produktet.

Vi ønsker at takke de lærere og kolleger, der har hjulpet os med at oversætte materialet fra norsk til dansk.

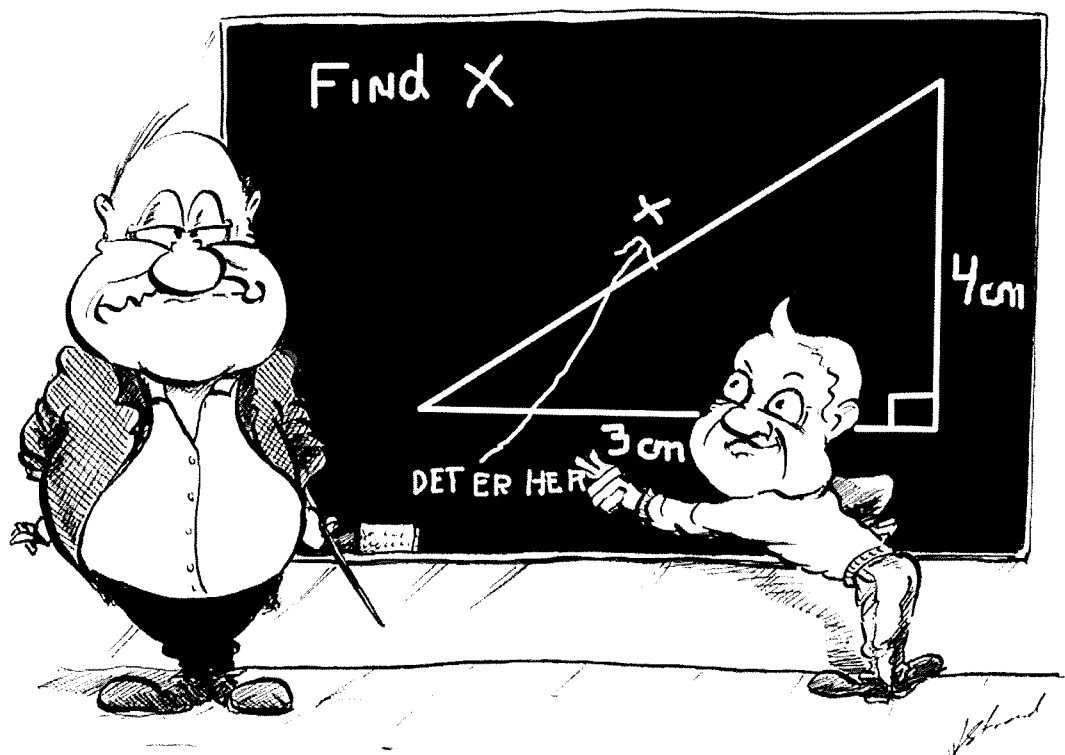
I har været en uvurderlig hjælp - uden jer ville vi ikke være nået i mål. En stor tak til Lene Christensen, Formand for Danmarks Matematiklærerforening, der har kvalitetssikret materialet, så det passer til den danske matematikundervisning og Fælles mål 2009.

Tak til de gode folk, der undervejs har vist begejstring for konceptet; jeres engagement har været en stor inspirationskilde.

Vi håber, at eleverne nu kan få andre billeder på det matematiske sprog.

God fornøjelse med undervisningen udenfor klasselokalet.

Odense 2012



Indledning

'Matematik Naturligvis' er udviklet til både begyndertrin, mellemtrin og afsluttende trin. Ud over de beskrevne aktiviteter består materialet også af en kasse med diverse udstyr til opgaverne og en rygsæk til at bringe udstyret med ud i naturen. Vær opmærksom på, at ikke alle materialer til aktiviteterne er en del af udstyrskassen.

Materialet til 7.-10. klasse er opdelt i følgende fire områder: Tal og algebra, Geometri, Målinger, Statistik og sandsynlighedsregning og Funktioner og opfylder mange af områderne i Fælles Mål 2009.

'Matematik Naturligvis' kan ikke erstatte lærebogen og andre undervisningsmaterialer, men det er et rigtig godt udgangspunkt for at arbejde med matematikken udenfor i nærmiljøet.

I materialet findes aktiviteter for både hjerne og krop. Fysisk aktivitet styrker læringen, og kan de to ting gå hånd i hånd, er det bare perfekt.

Det er vigtigt, at eleverne er bevidste om, at fokus skal være på matematikken, når de arbejder ude i matematiktimerne. Ud over de undersøgelser, der skal foretages i det fri, er arbejdet med efterbehandlingen også utrolig vigtig. Mange af aktiviteterne, for ikke at sige langt de fleste, kræver at eleverne arbejder sammen i grupper. Det betyder, at eleverne samtidig kommunikerer matematik indbyrdes, og herved styrkes kommunikationskompetencen.

Ved at arbejde med 'Matematik Naturligvis' vil eleverne både tilegne sig matematiske kompetencer og få øjnene op for, at matematikken findes lige omkring dem, og at det faktisk er en del af deres dagligdag. Samtidig med det tilgodeses forskellige læringsstile.

Når eleverne selv er en aktiv del af undervisningen, er der håb om, at de både lærer og husker bedre.

Vær opmærksom på, at nogle af de aktiviteter, der er beskrevet på afsluttende trin, også findes på mellemtrinnet. Men på afsluttende trin skal der stilles større krav til det faglige i aktiviteterne. Desuden kan der være sat fokus på andre kompetencer. Spørg eleverne, om de tidligere har arbejdet med aktiviteten, og er det tilfældet, så tag udgangspunkt i det.

At lave en aktivitet to gange med års mellemrum kan være en god ide – eleverne kan så med deres større faglige viden få mere ud af aktiviteten.

Som lærer i udkolingen bør man også orientere sig i aktiviteterne på mellemtrinnet, da flere emner beskrevet der også kan bruges på afsluttende trin til differentiering.

Kompetencerne

Efter hver aktivitet er beskrevet en eller to kompetencer, der kan komme i spil ved arbejdet. Flere andre kompetencer bliver også udviklet ved aktiviteten, men det er ikke altid godt at have fokus på mange kompetencer på en gang. Læreren kan sagtens vælge at arbejde med en af hæftets mange gode aktiviteter med fokus på andre kompetencer.

Fagligt fokus

Ved hver aktivitet er der ligeledes nævnt, hvor det vil være naturligt at have det faglige fokus. Som ved kompetencerne kan læreren vælge et eller flere andre fokusområder.

Matematiske kompetencer efter 9. klassetrin fra Fælles Mål 2009

Tankegangskompetence

Undervisningen skal lede frem mod, at eleverne har tilegnet sig kundskaber og færdigheder, der sætter dem i stand til at stille spørgsmål, som er karakteristiske for matematik og have blik for, hvilke typer af svar kan forventes.

Problembehandlingskompetence

Undervisningen skal lede frem mod, at eleverne har tilegnet sig kundskaber og færdigheder, der sætter dem i stand til at erkende, formulere, afgrænse og løse matematiske problemer og vurdere løsningerne.

Modelleringskompetence

Undervisningen skal lede frem mod, at eleverne har tilegnet sig kundskaber og færdigheder, der sætter dem i stand til at udføre matematisk modellering og afkode, tolke, analysere og vurdere matematiske modeller.

Ræsonnementskompetence

Undervisningen skal lede frem mod, at eleverne har tilegnet sig kundskaber og færdigheder, der sætter dem i stand til at udtænke og gennemføre egne ræsonnementer til begrundelse af matematiske påstande og følge og vurdere andres matematiske ræsonnementer.

Repræsentationskompetence

Undervisningen skal lede frem mod, at eleverne har tilegnet sig kundskaber og færdigheder, der sætter dem i stand til at danne, forstå og anvende forskellige repræsentationer af matematiske objekter, begreber, situationer eller problemer.

Symbolbehandlingskompetence

Undervisningen skal lede frem mod, at eleverne har tilegnet sig kundskaber og færdigheder, der sætter dem i stand til at forstå og afkode symbolsprog og formler og oversætte mellem dagligsprog og matematisk symbolsprog.

Kommunikationskompetence

Undervisningen skal lede frem mod, at eleverne har tilegnet sig kundskaber og færdigheder, der sætter dem i stand til at udtrykke sig om matematiske spørgsmål og aktiviteter på forskellige måder, indgå i dialog og fortolke andres matematiske kommunikation.

Hjælpemiddelkompetence

Undervisningen skal lede frem mod, at eleverne har tilegnet sig kundskaber og færdigheder, der sætter dem i stand til at kende, vælge og anvende hjælpemidler i arbejdet med matematik, herunder it, og have indblik i deres muligheder og begrænsninger.

Praktiske råd

Gennemse hele materialet for at få et overblik over de mange forskellige muligheder, der er beskrevet. Det er ikke muligt, og heller ikke meningen, at alle skal lave samtlige aktiviteter. Vælg de aktiviteter ud, som er relevante i forhold til det faglige område, der arbejdes med i den pågældende periode. Man kan med fordel vælge at arbejde med en hel årgang eller eventuelt på tværs af klassetrin. Det vil betyde, at der er flere lærere til rådighed ved de forskellige aktiviteter. Eleverne kan enten løse opgaverne på det niveau, som deres klassetrin passer til, eller der kan laves grupper på tværs af årgangene, hvilket tilgodeser undervisningsdifferentiering. I mange af aktiviteterne står der, at der skal tegnes med kridt på asfalt. Har man ikke adgang til et område med asfalt, kan aktiviteten sagtens laves ved, at man tegner med en pind på jorden. Da flere af aktiviteterne skal foregå i en skov, og ikke alle skoler har lige nem adgang til en skov, kan disse aktiviteter gennemføres, hvis klassen i anden forbindelse skal en tur i skoven. Det vil være oplagt at lave en eller flere af disse aktiviteter i forbindelse med en hyttetur eller en lejrskole. Da flere af aktiviteterne også er målrettet mod natur/teknik og idræt er det oplagt at lave et samarbejde med lærerne i de to fag. Det kan anbefales, at der tages fotos af arbejderne. Lad eleverne gemme dem i deres mappe på en pc. Hermed bliver arbejdet dokumenteret, og eleverne træner deres it-kompetencer.

Tag rygsækken på, og 'bær' matematikundervisningen ud af klasselokalet.

Held og lykke med brug af materialet, der forhåbentlig vil give læreren og eleverne en anderledes og spændende undervisning!

Statistik

Fagligt fokus:

STATISTIK, arbejde med begreber som typetal og median, udarbejdelse og vurdering af diagrammer.

Materialer:

Skrivetavler, blyanter, kridt og tegneredskaber.

Område:

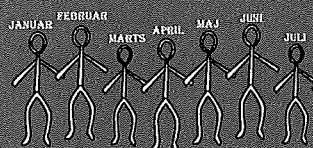
Hvor som helst.

Årstid:

Hele året.

Forberedelse:

Intet.



Gennemførelse:

Opgave 1

Bed eleverne om at stille sig op ved siden af hinanden i kronologisk rækkefølge, så eleven, der er født tidligst på året, står til venstre, og den elev, der er født sidst på året, står længst til højre. Eleverne må ikke snakke sammen, imens de stiller sig på rækken, men kun give hinanden tegn med hånden. Når alle mener, at de står på den rigtige plads, skal de spørge deres sidemænd, hvornår de har fødselsdag, så de kan kontrollere, om de står på den rigtige plads. Udfordringen kan gøres større, hvis to klasser laver denne aktivitet sammen.

Opgave 2

Når rækken står på denne måde, kan man finde medianen. Giv denne opgave til de to elever, der står yderst i rækken.

Før det afsløres, hvilken dato der er medianen, skal eleverne gætte på, hvilken dato det er. Hvis antallet af elever i rækken er et lige tal, vil medianen være datoen midt mellem de to midterste elevers fødselsdage.

Ifølge statistikken er der flest personer, der har fødselsdag i første halvdel af året. Gælder det også for jeres klasse?

Opgave 3

Bed eleverne gruppere sig, så de, der er født i samme måned, stiller sig bag hinanden. Der laves en række for januar, en for februar osv. De måneder, hvor ingen har fødselsdag, markeres som tomme. Eleverne har nu lavet et pindediagram med deres kroppe. Her er det naturligt at komme ind på typetal, som i denne sammenhæng er den måned, som flest elever er født i. Nu tegnes der søjler rundt om de enkelte rækker og foran rækkerne skrives månedernes navne.

Efterarbejde:

Herefter skal eleverne selv tegne diagrammer over fødselsdata. Dette kan eventuelt gøres i et regneark på computer. De må selv bestemme diagramtypen. Diskuter de forskellige diagramtyper og deres fordele og ulemper.

Som afslutning på aktiviteten repeteres begreber i forbindelse med statistik.

Repræsentationskompetence: De indsamlede data bliver repræsenteret på forskellige måder.

Omregn i tal og diagrammer

Fagligt fokus:

STATISTIK, indsamle, behandle og formidle data.

Materialer:

Skrivetavler og blyanter.

Område:

Skolegården eller i nærmiljøet.

Årslid:

Hele året.

Forberedelse:

Start med en brainstorm over, hvad eleverne kunne tænke sig at undersøge.

Gennemførelse:

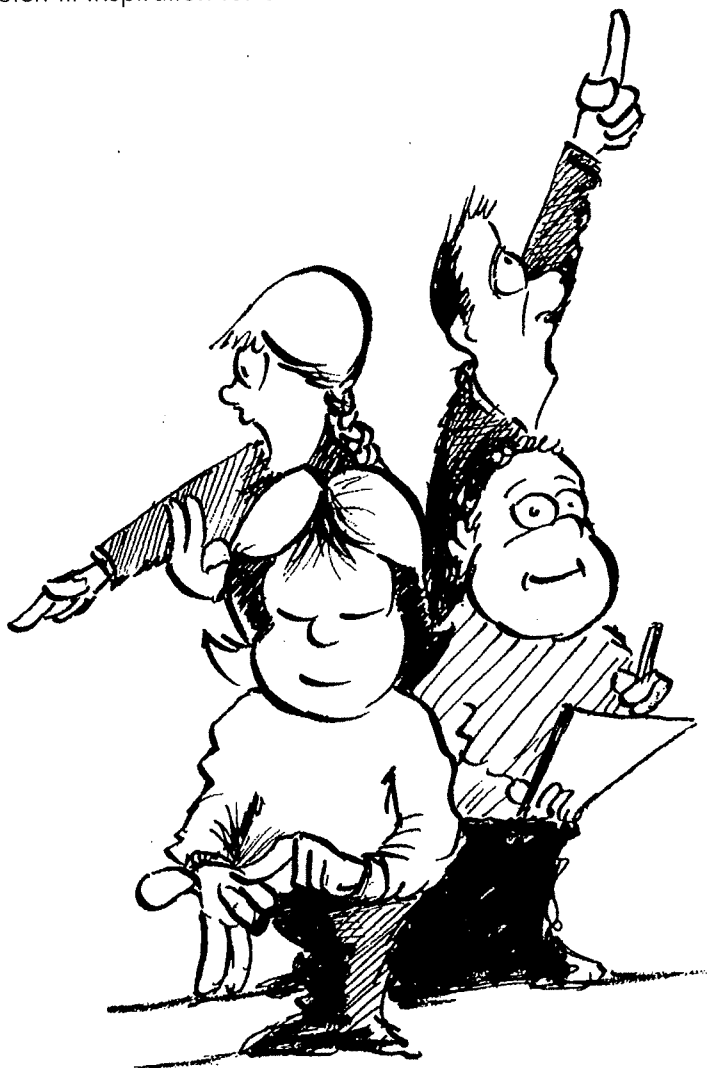
Eleverne arbejder sammen i grupper på 3-4. Hver gruppe skal nu planlægge, hvordan de vil indsamle data til den undersøgelse, de har valgt at lave. Undersøgelsen gennemføres, og herefter skal data behandles og fremstilles grafisk. Bed eleverne om at lave forskellige grafiske fremstillinger, gerne en der giver et positivt billede, og en der giver et negativt billede af undersøgelsen.

Ideer til indsamling af data: Biler der er parkeret i nabolaget, cykler på skolen, brug af cykelhjelm, vejrobservationer, indkøbsvaner i et butikscenter osv. Eleverne har sikkert mange flere ideer til undersøgelser.

Se også aktiviteterne 'Ung i trafikken' og 'Blomsterstatistik', hvor der er givet en grundig beskrivelse af statistiske undersøgelser.

Efterarbejde:

Grupperne laver en plakat med deres resultater og hænger den op et centralt sted på skolen til inspiration for andre elever.



Kommunikationskompetence: Eleverne skal fremstille resultatet af deres undersøgelse, så den er informativ for andre.

Præsentationskompetence: Eleverne skal præsentere de indsamlede data i tabeller og ved grafisk fremstilling.

Ung i trafikken

Fagligt fokus:

STATISTIK, indsamle, behandle og formidle data.

Materialer:

Skrivetavler, blyanter og skema.

Område:

Ved skolen.

Årstid:

Hele året.

Forberedelse:

Transportmåder:

Tal på forhånd med eleverne om, hvordan undersøgelsen skal foregå og hvilke ting, der skal undersøges.

Gennemførelse:

Eleverne kan fordele arbejdet imellem sig. Antallet i grupperne afpasses efter, hvad der er mest hensigtsmæssigt. En gruppe kan observere, hvor mange der går til skole, en anden gruppe dem, der cykler, en tredje gruppe dem, der bliver kørt osv.

Lad klassen selv bestemme, hvad der skal observeres, og hvordan de vil gennemføre undersøgelsen. Eksempler på, hvad der kan observeres, er:

- På hvilken måde kommer eleverne til skolen? Til fods? Med bil? På cykel? Andre måder?
- Er der forskel på transportmidlerne på de forskellige klassetrin? Køn? Andre ting?
- Hvem bliver oftest kørt i skole – de yngste eller de ældste?
- Hvem bliver oftest kørt – piger eller drenge?
- Hvem bringer dem til skolen? Mand eller kvinde?

Vælg ud fra ovenstående forslag, hvad der skal undersøges, eller find selv andre områder, som har noget med emnet at gøre.

Eleverne skal udarbejde et hensigtsmæssigt skema til undersøgelsen.

Der bør være plads til at notere ting, som eleverne ikke havde overvejet på forhånd. Den samme undersøgelse kan gennemføres, når eleverne får fri fra skole. Sammenlign resultaterne med dem fra om morgenen.



Efterarbejde:

Efterfølgende behandles dataene grafisk. Det kan være en god ide at bruge et program på computeren til dette arbejde.

Lad eleverne lave en plakat med deres grafer, og hæng den op på skolen til inspiration for andre elever. Måske kan resultaterne også offentliggøres i skoleavisen eller på skolens hjemmeside.

Tryk skolevej: Måske gør resultaterne opmærksom på farlige trafikforhold, som der skal tages hånd om.

Studier af trafik i et veikryds

Find et lyskryds i nærheden af skolen, hvor undersøgelsen skal foretages. Planlæg, hvordan optællingen skal ske. Hvor mange biler passerer der gennem lyskrydset? Er det det samme antal begge veje? Hvor lang tid er der grønt lys for fodgængerne? Er det tid nok til, at en dårligt gående fodgænger kan passere? Hvor lang tid er bilerne om at passere krydset? Efterfølgende samtales i klassen om gruppernes observationer.

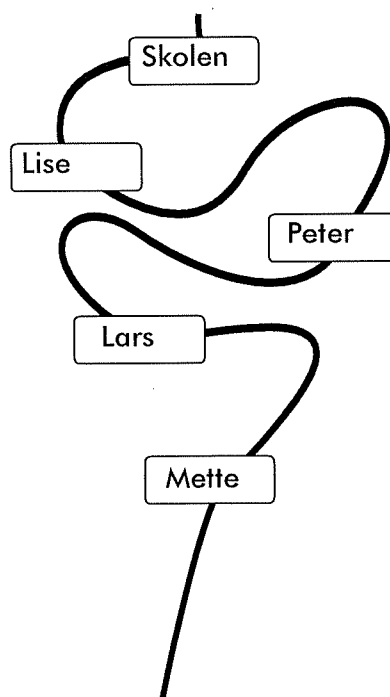
Undersøgelser over ture ud af huset

Aktiviteten foregår som et interview af forbigående enten på gaden eller ved en forretning. Forslag til spørgsmål:

- Hvor mange ture har du foretaget det sidste døgn?
- På hvilken måde foregik turen? (til fods, med bus, bil, cykel etc.)
- Kostede turen noget?
- Hvad var formålet med turen?
- Hvor lang tid brugte du på turen?
- Køn?
- Alder?

Når materialet skal bearbejdes, kan følgende være i fokus:

- Hvor mange ture blev der i gennemsnit pr. døgn foretaget blandt de spurgte?
- Hvor lang tid af et døgn bruges på ture ud af huset?
- Procentvis fordeling på forskelle rejsemåder?
- Er der forskel på børn og voksne?
- Er der forskel på hverdage og fridage?



Kommunikationskompetence: Kommer i spil, når eleverne skal fremstille resultaterne af undersøgelsen for andre.

Forekomst af blomster

Fagligt fokus:

STATISTIK, indsamle, behandle og formidle data.

Materialer:

Skrivetavler, blyanter og lommeregner.

Område:

Et område, hvor der er forskellige blomster.

Årstid:

Forår/sommer/efterår.

Forberedelse:

Intet.



Gennemførelse:

Start med en blomsterplukningskonkurrence. Definer på forhånd, hvad der skal accepteres som værende en blomst. Skal den have blomsterkrone, er det nok, at blomsterhovedet plukkes, eller skal stilk og blade være med?

Lad eleverne plukke blomster i 5 min. Når tiden er udløbet, tælles der point. For-slag til pointskala:

- 1 point for hver blomst som mindst 10 af eleverne har fundet.
- 3 point for hver blomst som mellem 5 og 9 elever har fundet.
- 5 point for hver blomst som mellem 2 og 4 elever har fundet.
- 10 point for hver blomst som kun en elev har fundet.

Der gives point for hver enkelt blomst, altså 3 mælkebøtter giver 3 gange de point, som mælkebøtterne giver.

Når alle elever har fået deres point, er konkurrencen slut, og nu skal blomsterne sorteres. Lav en tabel over navnene på de forskellige blomster.

Eleverne skal nu i grupper lave forskellige diagrammer, som beskriver antallet af arterne. Alle grupper skal lave et søjlediagram, et cirkeldiagram og et trappediagram. Eleverne kan bruge deres formelsamling til arbejdet. Her er de forskellige diagramtyper beskrevet.

Eleverne kan desuden lave et diagram, der viser andet end arten af blomsterne. Det kan være farve, form på stængel eller blade, plantens længde, antal kronblade osv.

Efterarbejde:

Lad eleverne diskutere, hvor anvendelige de forskellige diagramtyper er til at vise resultatet af undersøgelsen. Fokuser på diagrammernes kommunikationsværdi: Er det nemt at læse og forstå? Viser det tydeligt de ønskede informationer?

Lad eleverne analysere diagrammer fra aviser og internet.

Kommunikationskompetence: Eleverne skal fremstille resultatet af deres undersøgelse, så den er informativ for andre.

Præsentationskompetence: Eleverne skal præsentere de indsamlede data i tabeller og ved grafisk fremstilling.

Elever i bevægelse

Fagligt fokus:

STATISTIK, indsamle, behandle og formidle data, manipulation af data.

Materialer:

Stopure, skrivetavler og blyanter.

Område:

Hvor som helst.

Årstid:

Hele året.

Forberedelse:

Lad eleverne lave en bane med afmærkninger for hver 5 m, 10 m, 15 m osv.

Gennemførelse: Gangstafet. Eleverne arbejder sammen i grupper på 3-4. Eleverne skal gå på den afmærkede bane. Hvis banen ikke er lang nok, kan de gå frem og tilbage.

1. Opgave (forøvelse):

- Gå i et halvt minut, og find ud af, hvor langt du kom.
- Gå i et minut, og find ud af, hvor langt du kom.
- Gå i et og et halvt minut, hvor langt kom du?

Herefter diskuteres følgende:

- Kunne I holde en jævn hastighed?
- Hvor godt klarede I at beregne tiden?
- Hvilken enhed er bedst at bruge til angivelse af gang: m/sek. eller km/t?

2. Opgave: Gangstafet

Stafetten består af fire etaper, som skal gennemføres på i alt 2 minutter. Tiden skal fordeles ligeligt på hver af de fire etaper. Eleverne skal selv bestemme, hvor lang en etape skal være. Gruppen skal nu lave en plan over, hvor langt de kan gå på de 2 minutter, inklusive de tre byt (hvis der er fire i gruppen). Planen skrives ned på skrivetavlen og afleveres til læreren, inden stafetten starter. Den ene halvdel af klassen gennemfører nu stafetten, mens den anden halvdel er dommeren og tager tid. Herefter byttes der roller.

Holdet, som kommer tættest på deres tidsplan, er vinder.

Det er vigtigt, at kriterierne for hvad der er tættest på, er fastsat på forhånd. Lav disse kriterier sammen med eleverne.

Efterarbejde: For at eleverne kan få større forståelse for afstand og deres egen hastighed samt for arbejdet med statistik, kan de lave nogle af følgende aktiviteter. Test forskellige af dine ganghastigheder og find ud af:

- Hvor hurtigt kan du gå?
- Hvor lang tid er du om at tilbagelægge en kilometer?
- Hvor mange kilometer tror du, at du kan gå på en halv time?
- Hvor stor en forskel er der på, om du går hurtigt eller langsomt?
- Hvem i klassen kan gå hurtigst?
- Hvor langt går du i gennemsnit om dagen? På et helt år?

Manipulation: Eleverne skal arbejde sammen parvis. Tag fx udgangspunkt i overslagene over, hvor langt klassen tilsammen bevæger sig på et år. Eleverne skal forestille sig, at de arbejder som journalister på lokalavisen. Lad parrene selv vælge, hvad de synes er mest spændende at arbejde med, men de skal arbejde både med opgave 1 og 2.

Opgave 1. Lav graferne på en måde, så det kommer til at se ud som om, at ungdommen er meget fysisk aktiv.

Opgave 2. Lav graferne på en måde, så det kommer til at se ud som om, at ungdommen er meget lidt fysisk aktiv.

Lad eleverne få mulighed for at fremstille deres diagrammer ved hjælp af et regneark.

Kommunikationskompetence: Eleverne skal fremstille resultatet af deres undersøgelse, så den er informativ for andre.

Modelleringskompetence: Eleverne skal arbejde med at udarbejde en model for, hvordan de skal gennemføre gangstafetten.

Sandsynligheden er?

Fagligt fokus:

SANDSYNLIGHED, angivelse af sandsynlighed som et tal i området 0-1 fra erfaringer i dagliglivet.

Materialer:

Terninger, skrivebøger og blyanter.

Område:

I skolegården og ved en vej med tilpas mange biler.

Årstid:

Forår/sommer/efterår.

Forberedelse:

Intet.

Gennemførelse:

1. aktivitet:

Eleverne arbejder sammen parvis. Parret har to terninger. Den ene skal gætte på differencen mellem terningernes øjne, når de kastes. Den anden kaster. Viser den ene terning fx 4 og den anden 3 er differencen $4 - 3 = 1$. Der foretages 20 gæt og kast, og herefter byttes der roller.

Eleverne skal nu forsøge at finde et tal mellem 0 og 1, der beskriver resultaterne. Bed eleverne om at beskrive, hvordan de tænkte.

Hvad skal man gætte på for at have størst chance for at gætte rigtigt?

Efterfølgende skal eleverne opskrive alle mulighederne og beregne den matematiske sandsynlighed. Det kan anbefales, at de udarbejder et skema (en matrix), der viser det.

2. aktivitet:

Parret skal i 5 minutter observere biler, som kører forbi det udvalgte sted. De skal notere, hvor mange biler af forskellige farve, som passerer. Når de 5 minutter er gået, skal de fremkomme med en hypotese om, hvilken farve de tror, den næste bil har. Dette gentages 10 gange. Efter de 10 gange skal de analysere deres resultater. Nu skal de angive et tal for, hvor stor sandsynligheden er for, at de kan gætte rigtigt.

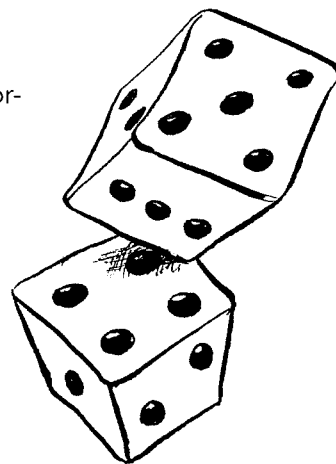
Klassen samles og fortæller om, hvordan de har arbejdet, og hvordan deres gæt passede.

Herefter skal eleverne forsøge at finde ud af, hvor stor sandsynlighed, der er for bilernes farve ud fra de observationer, de lavede i den første aktivitet. Hvis der er passeret 50 biler, og 10 af dem var hvide, så vil sandsynligheden for, at den næste bil er hvid være $\frac{10}{50} = 0,2$.

Efterarbejde:

Lad eleverne vælge et spil fra 'Danske Spil', som de skal beskrive for hele klassen. Hvad går spillet ud på, og hvor stor er chancen for at vinde?

Eleverne kan også få til opgave selv at lave et spil med forskellige chancer for at vinde.



Repræsentationskompetence: Eleverne skal beskrive sandsynligheder på forskellige måder.

Ræsonnementskompetence: Når eleverne diskuterer sandsynlighederne.

Boldspil

Fagligt fokus:

STATISTIK, indsamle, behandle og formidle data.

Materialer:

Skrivetavle, blyant, basketkurv og basketball, eventuelt en fodbold.

Område:

Et sted med basketkurve og eventuelt fodboldmål.

Årstid:

Forår/sommer/efterår.

Forberedelse:

Intet.

Gennemførelse:

Eleverne arbejder sammen parvis. Da denne aktivitet kræver, at der er en basketkurv pr. par, kan det anbefales at kombinere den med andre aktiviteter.

Læreren giver eleverne følgende opgave:

Hvor bør du stå på banen for at have størst chance for at score mål?

Hver elev skal kaste et vist antal gange, fra mindst tre forskellige steder i samme afstand fra kurven. For eksempel fra højre, fra midten og fra venstre. Resultaterne noteres. Når alle elever har gennemført deres kast, samles klassen resultater. Kan man sige noget generelt om resultaterne? Hvor er der størst chance for at score mål? Er der forskel fra elev til elev? Lad eleverne bearbejde dataene, så eventuelle ligheder og forskelle bliver tydelige.

Aktiviteten kan udvides med at tage udgangspunkt i andre afstande fra kurven. Undersøg, om det øger chancen, hvis kasteren er placeret længere fra eller tættere på kurven. Der laves nye forsøg, og data behandles på samme måde som beskrevet ovenfor.

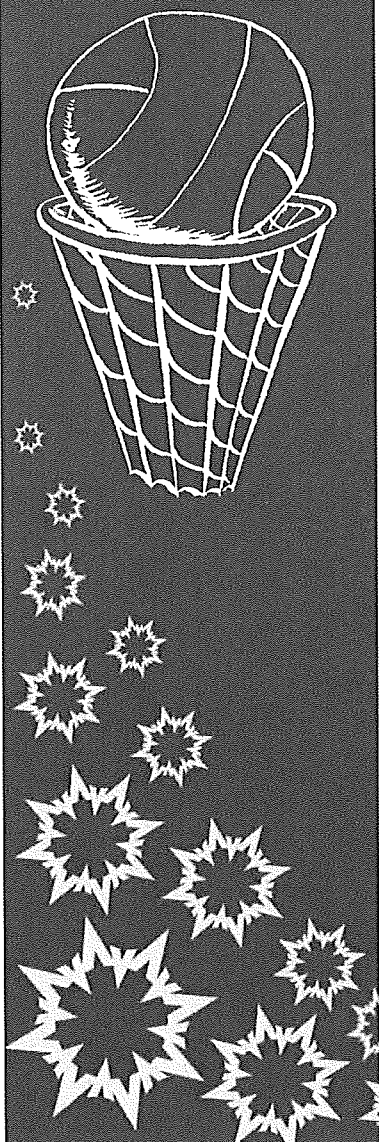
Som afslutning kan eleverne forsøge at score mål fra en selvvalgt position, men denne gang med en forsvarsspiller på banen. Lad eleverne indsamle og behandle disse data.

En variant:

En variant af aktiviteten kan være at lave en tilsvarende undersøgelse over skud på et fodboldmål. Her kan der også fokuseres på, hvor målmanden bør placere sig i forhold til, hvorfra der bliver skudt.

Denne aktivitet kan udføres sideløbende med skud på basketkurven.

Præsentationskompetence: Eleverne skal præsentere de indsamlede data i tabeller og ved grafisk fremstilling.



Sandsynlighedsmagi?

Fagligt fokus:

SANDSYNLIGHED, undersøge sandsynlighed i en praktisk situation, præsentere problemet for andre og kunne begrunde løsningen.

Materialer:

Spande eller krukker og bolde.

Område:

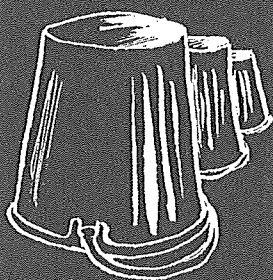
Alle steder.

Årstid:

Hele året.

Forberedelse:

Intet.



Gennemførelse:

Tre spande eller krukker stilles med bunden i vejret. En elev lægger en bold under en af bøtterne. De andre elever må ikke se, hvor bolden placeres. En elev skal nu gætte på, hvilken spand bolden ligger under.

Den elev, som placerede bolden, løfter nu en af de spande, hvor bolden ikke er. Herefter får eleven chancen for at gætte igen. Nu skal han/hun overveje om han/hun skal fastholde sit gæt eller vælge den anden spand.

Eleverne skal arbejde sammen i grupper på 2-3. Når problemstillingen er præsenteret for eleverne, skal de undersøge, hvad der bedst kan betale sig. Fortæl ikke eleverne, hvordan de skal gribe problemet an, lad dem selv gøre deres erfaringer.

Så samles klassen, og grupperne fremlægger, hvad de har fundet ud af. Giv ikke eleverne løsningen, men giv dem tid til diskussion.

Chancerne for at finde bolden er dobbelt så stor, hvis der skiftes gæt på spandene. For mange lyder det mærkeligt. En måde at bevise det på er ved at se, hvad der sker ved de forskellige valg:

Antag, at bolden er under spand 1.

1. Du vælger spand 1, spand 2 eller 3 vendes, og det kan ikke betale sig at bytte.
2. Du vælger spand 2, spand 3 vendes, og det kan betale sig at bytte.
3. Du vælger spand 3, spand 2 vendes, og det kan betale sig at bytte.

Altså giver strategien giver ret svar i to ud af tre tilfælde.

Når løsningen er blevet præsenteret, skal eleverne have mulighed for at diskutere igen. Det er ikke sikkert, at alle eleverne alligevel er blevet overbevist.

Lad eleverne præsentere problemstillingen for andre. Det kan være andre elever eller forældre. På den måde er de nødt til at gennemtænke, hvordan de vil overbevise andre om den rigtige løsning.

Efterarbejde:

Eleverne kan også udfordres til at finde forskellige sammenhænge af denne type, der findes i virkeligheden.

En tænkt situation kan være, at en elev har modtaget tre ubesvarede opkald. Numrene er forskellige, og hendes mobil kender ikke afsenderen. Hun får at vide, at det ene opkald er fra en beundrer, der gerne vil invitere hende i biografen. Hun skal lige til at ringe til det ene af de tre numre, da hendes telefon ringer. Det er fra en af hendes veninder, der fortæller at hun har fået nyt mobilnummer. Bør hun ringe til det nummer, hun først havde tænkt på, eller skal hun vælge det andet?

Problembehandlingskompetence: Eleverne skal ud fra forsøg med spandene og bolden, forsøge at opstille en generel løsning på problemet.

Kommunikationskompetence: Eleverne skal præsentere problemet for andre, og kunne forklare løsningen, så den er forståelig.

Antal veje i labyrinten

Fagligt fokus:

KOMBINATORIK, undersøge antal muligheder i en praktisk sammenhæng ved hjælp af eksperimenter.

Materialer:

Kridt, skrivetavler, blyanter, målebånd og tomme stokke.

Område:

Skolegården eller et andet sted med asfalt.

Årstid:

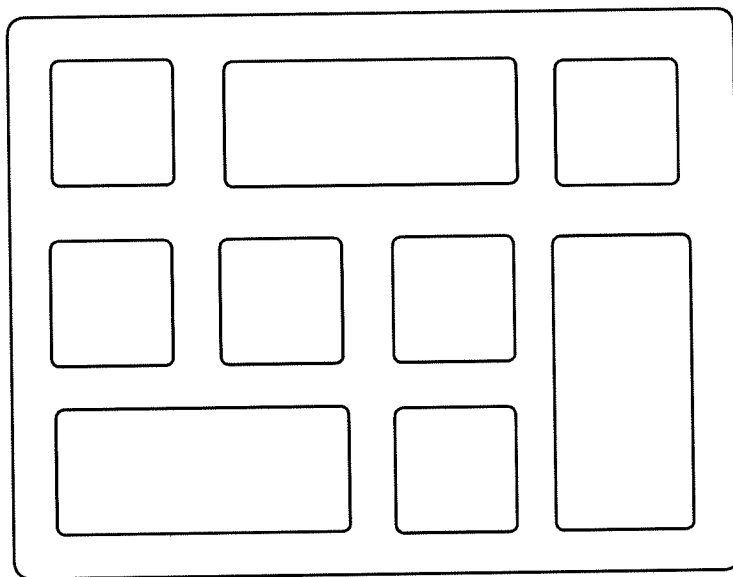
Hele året.

Forberedelse:

Intet.

Gennemførelse:

Inddel eleverne i grupper på 4-5. Hver gruppe skal lave et net af veje. Vejene skal stå vinkelret på hinanden. I hvert kryds må der maksimalt udgå fire veje. Eleverne må gerne vælge kryds, hvorfra der kun udgår to veje, dvs. i hjørnerne. I første omgang bør vejnettet ikke bestå af flere end fem kryds. Et vejnet kan fx se sådan ud:



Stil eleverne følgende opgave:

Start i nederste venstre hjørne og gå til øverste højre hjørne. Der må ikke gås baglæns. Find den/de korteste vej(e). Lad eleverne undersøge længden ved måling.

Herved vil eleverne opdage, at der findes flere veje, der er lige lange, men hvor mange findes der?

Hvis vejnettet er for stort, vil det være alt for stort et arbejde at prøve sig frem. Hvis eleverne har brug for et hint fra læreren, er det o.k. at bede dem om at arbejde systematisk, men lad være med at fortælle dem, hvordan de beregner det.

Efterfølgende kan eleverne undersøge, hvor mange forskellige veje der kan gås gennem labyrinten. Antallet vil her blive større, da længden af vejene gerne må være forskellige.

Efterarbejde:

Lad eleverne undersøge forskellige labyrinter og finde ud af, hvor mange forskellige veje man kan gå, hvis der er 3 vejkryds, 4 vejkryds eller 5 vejkryds. De vil herved opdage, at antallet af veje vokser ganske hurtigt. Lad dem undersøge, om der er en sammenhæng mellem antal veje og antal vejkryds.

Problemløsningskompetence: Eleverne skal finde antallet af veje.

Gå en Eulertur

Fagligt fokus:

KOMBINATORIK,
undersøge
kombinationer i en
praktisk sammenhæng,
opstille en model for
beregning af antal
muligheder.

Materialer:

Kegler, kridt, skrive-
tavler og blyanter.

Område:

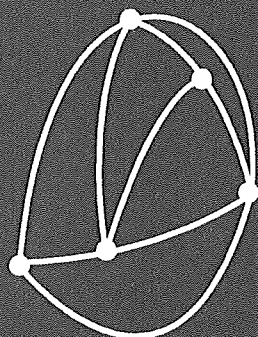
Skolegården eller et
andet sted med asfalt.

Årstid:

Hele året.

Forberedelse:

Udarbejdelse af skema
til undersøgelsen.



Gennemførelse:

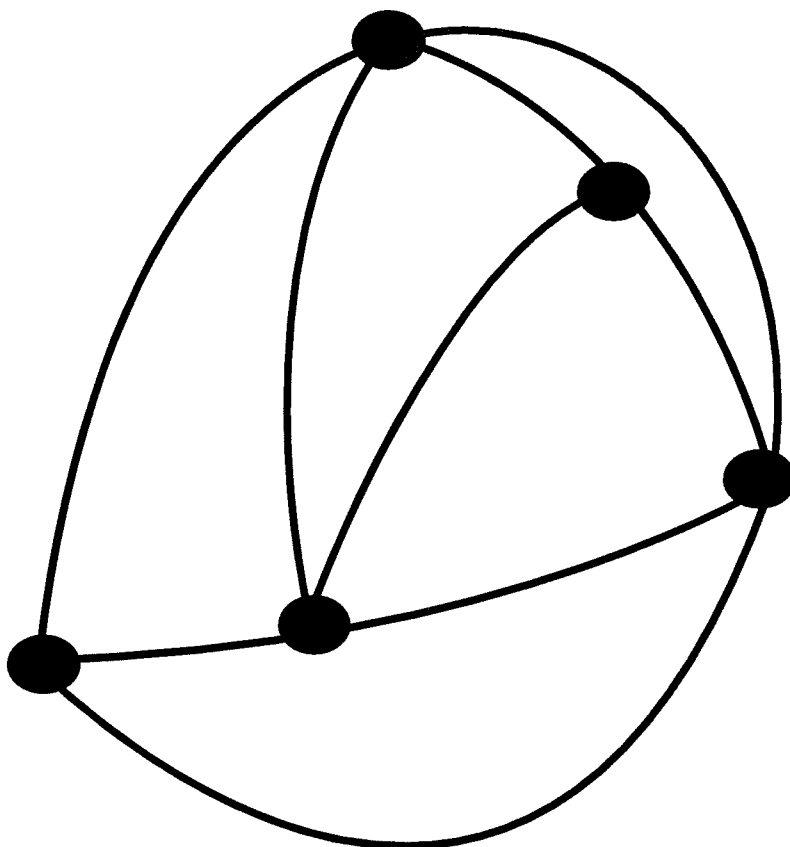
Eleverne arbejder sammen i grupper på 3-4.

Fortæl eleverne, at en Eulertur betyder, at man kan gå en tur, hvor alle vejene går igennem netop en gang. Punkterne må gerne passeres flere gange.

Lad eleverne placere kegler og tegne veje imellem dem med kridt, så der er forbindelse mellem alle punkterne, og ingen veje krydser hinanden. Se tegningerne på næste side.

Start med at placere 4 kegler, derefter 5 kegler osv.

Herefter skal grupperne undersøge, om det er muligt at gå en Eulertur. Lad eleverne tegne deres løsninger på skrive-
tavlerne og udfylde et skema:



Forslag til skema:

Antal kegler - K	Antal veje - V	Antal lukkede områder - O
4	6	3
5		
6		
7		
8		
9		
10		

Efterarbejde:

Lad eleverne forsøge at finde en sammenhæng mellem K , V og O .

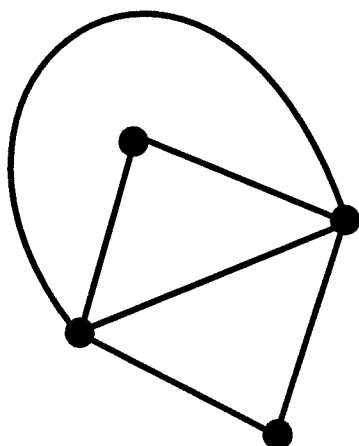
(Facit: $K + O = V - 1$ eller $K + O - V = 1$).

Herefter skal eleverne forsøge at finde ud af, hvornår det er muligt at gå en Eulertur, og hvornår det ikke er. Lad eleverne efterfølgende fremlægge deres teorier for hele klassen.

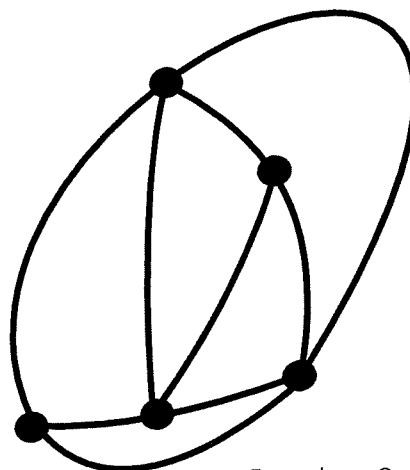
Aktiviteterne bygger på Königsbergsproblemet. Byen Königsberg, nu Kaliningrad, bestod blandt andet af to øer og syv broer. Leonhard Euler (svejtisk matematiker 1707-1783) fandt ud af, at det var umuligt at gå en tur, hvor alle broerne blev passeret netop en gang.

Hvis man ønsker at starte og ende i samme punkt, er det netop muligt, hvis der kun udgår et lige antal veje fra hvert punkt. Hvis man ønsker at starte i et punkt og ende i et andet punkt, er dette muligt netop, hvis der udgår et ulige antal veje fra de to punkter, og et lige antal fra de øvrige. Diskuter med eleverne, hvorfor det er sådan.

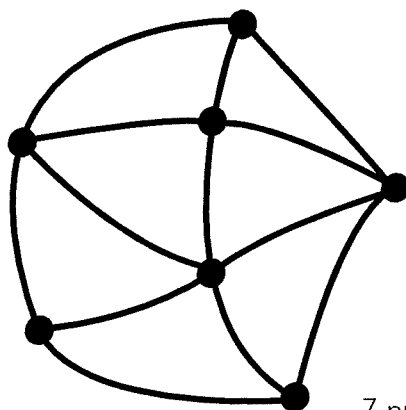
Nogle forslag til veje:



4 punkter, 6 veje og 3 lukkede områder.



5 punkter, 9 veje og 5 lukkede områder.



7 punkter, 13 veje og 7 lukkede områder.

Ræsonnementskompetence: Eleverne skal begrunde deres svar på, hvornår der kan gås en Eulertur.

Modelleringskompetence: Når eleverne skal opstille en model for sammenhængen mellem antal punkter, antal veje og lukkede områder.

Mastermind i naturen

Fagligt fokus:

KOMBINATORIK, undersøge kombinationer i en praktisk sammenhæng, opstille en model for beregning af antal muligheder.

Materialer:

Skrivetavler, blyanter, spillebrikker, sten, kogler eller lignende.

Område:

Hvor som helst.

Årstid:

Forår/sommer/efterår.

Forberedelse:

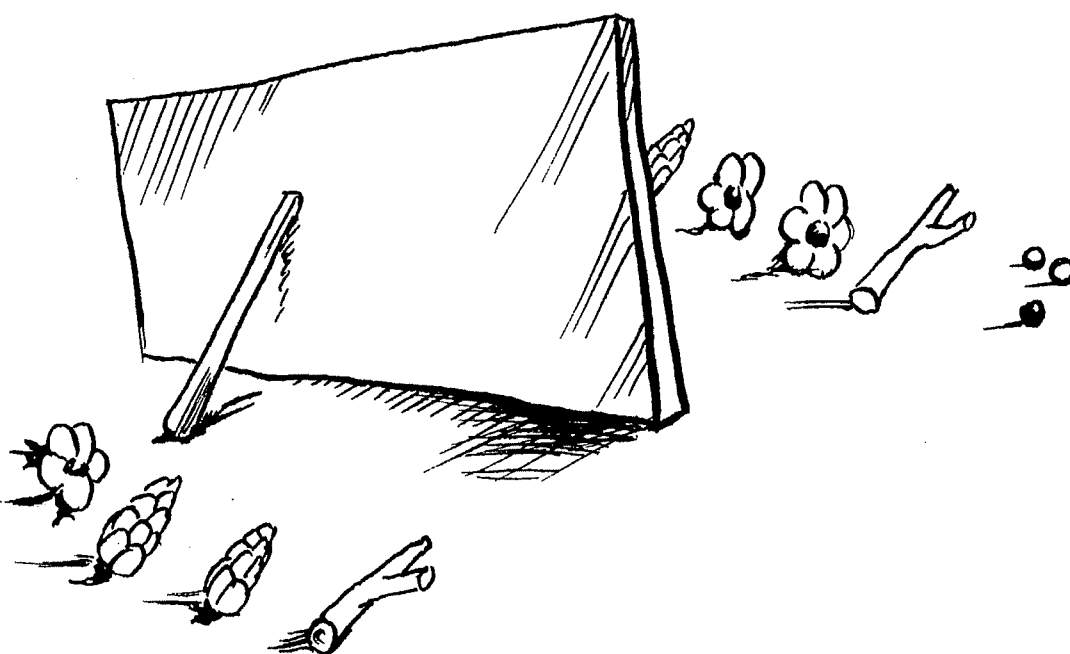
Det kan være en god ide at skaffe stenene på forhånd. Der skal bruges 20 lyse og 20 mørke til hvert spil.

Gennemførelse:

Eleverne arbejder sammen parvis. Hvert par skal vælge fire forskellige ting fra naturen. Der skal bruges 12-15 af hver slags. De skal bruges som brikker i Mastermind. Det kan fx være blomster, blade eller kviste. Desuden skal de bruge 20 lyse og 20 mørke sten – alternativt kan der bruges blomster i forskellige farver. Det må blot ikke være det samme, som bliver brugt som brikker. De skal bruges til at markere, om brikkerne er 'placeret' korrekt.

En af eleverne placerer de fire ting ved siden af hinanden, skjult bag en sten, et siddeunderlag eller andet der bevirker, at den anden elev ikke kan se igennem det.

Nu skal den anden forsøge at gætte, hvilken placering tingene har. En lys sten betyder rigtigt gæt på ting, men forkert placering. En mørk sten betyder en rigtig ting på korrekt plads. Ud fra de oplysninger, der er blevet givet, skal der gættes igen. Det fortsætter til den rigtige placering er fundet.



I første omgang skal de fire ting være forskellige, men rækkefølgen er ligegyldig. Hver elev skal have begge roller to gange.

Herefter får eleverne følgende udfordringer:

1. På hvor mange forskellige måder kan de fire ting placeres?
2. Hvilke kombinationer af sten kan der gives efter første gæt?

Lad først eleverne parvis nedskrive mulighederne. Senere diskuteres det i hele klassen.

Løsning på den første udfordring er $4 \cdot 3 \cdot 2 \cdot 1 = 24$ forskellige måder. Spørg eleverne, hvorfor det ikke er muligt, at der efter første gæt kan gives en tilbagemelding på 3 sorte sten og en hvid.

I næste spillerunde ændres reglerne. Her er det muligt at bruge alle kombinationer af tingene. En af hver, fire ens og alle de muligheder der ligger i mellem. Spillet forgår på samme måde som i første omgang. Når spillet er slut, skal parrene findes ud af, hvor mange kombinationsmuligheder, der er med disse regler.

Tingene kan lægges på $44 = 256$ forskellige måder. Antallet af tilbagemeldinger efter første gæt er de samme som ved første spil.

Efterarbejde:

Lad eleverne undersøge, hvor mange forskellige kombinationer, der er, hvis antallet af ting øges til 5 eller 6. Hvor stor er sandsynligheden for, at der gættes rigtigt i første omgang? Efterfølgende laves en fælles opsamling i klassen.

Ræsonnementskompetence: Eleverne skal diskutere og begrunde deres løsningsforslag, og eleverne skal lytte til og forstå andre forslag.

Modelleringskompetence: Eleverne skal opstille en model for, hvordan man kan beregne antallet af kombinationer.

Store tals lov

Fagligt fokus:

SANDSYNLIGHED, vurdere sandsynlighed ud fra eksperimenter.

Materialer:

Kridt, skrivetavler, blyanter, lommeregner, tov eller håndboldmål og pinde til at kaste med.

Område:

Skolegården eller et andet sted med asfalt.

Årstid:

Forår/sommer/efterår.

Forberedelse:

Eleverne bør have kendskab til beregning af frekvens.

Gennemførelse:

Eleverne arbejder sammen i grupper på 4-5. Hver gruppe skal tilpasse en pind, så den har en længde på nøjagtigt et meter. Bag håndboldmålet eller et tov, der er hængt op to meter over jorden, tegnes to rette linjer på jorden. Linjerne skal være parallelle og have en afstand på netop 1,25 meter og stå vinkelret på mållinjen.

Hver elev kaster nu 10 gange med pinden. Kastene skal udføres på denne måde: Pinden lægges i de to håndflader og holdes, så den er parallel med målstregen. Pinden kastes over målet eller tovet. Pinden skal nu placere sig enten, så den lander mellem de parallelle linjer eller skærer en af linjerne. Lander den udenfor, skal der kastes om. Der laves en registrering af, hvor mange gange pinden skærer en af linjerne, og hvor mange gange den lander imellem dem.

Når alle elever har kastet, skal gruppen beregne, hvor stor en procentdel af deres kast, der landede mellem linjerne, og hvor stor en del der skar en af linjerne. Lad grupperne sammenligne deres resultater og diskutere, hvorfor resultatet ser ud, som det gør. Spørg eleverne, om de kan sige noget om, hvor stor sandsynligheden er for, at pinden lander mellem linjerne.

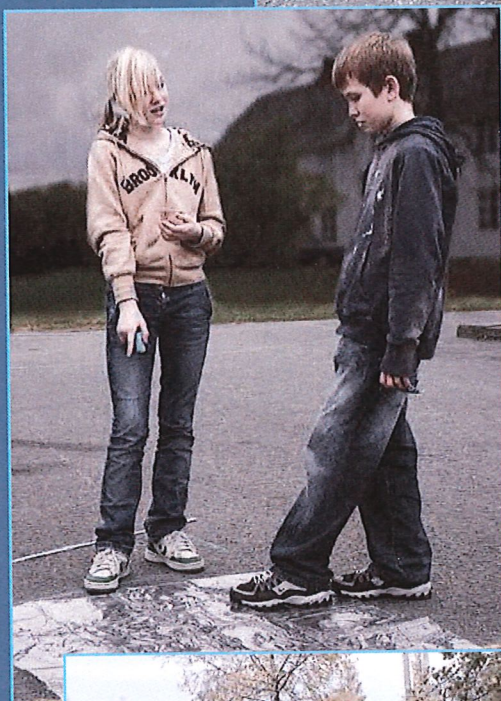
Efterarbejde:

Lad eleverne indskrive resultaterne i et regneark, beregne frekvenserne både for deres egen gruppe og for hele klassen. Resultatet kan vises i et cirkeldiagram. Herefter kan eleverne diskutere, hvorfor det kommer til at se sådan ud.



Ræsonnementskompetence: Eleverne skal tage stilling til, hvor mange kast der skal til, for at man kan sige noget rimeligt om sandsynligheden.





Mikro Værkstedet

